

Étude numérique de la convection forcée dans un canal rectangulaire horizontal muni d'une protubérance sinusoïdale

Hasimamy Vanessa FANAMBINANTSOA^{1*}, François d'Assise RAKOTOMANGA²
et Michel Aimé RANDRIAZANAMPARANY^{1,3}

¹ *Ecole Doctorale Thématique ENRE, Université d'Antsiranana*

² *Faculté des Sciences, Université d'Antsiranana*

³ *Ecole Supérieure Polytechnique, Université d'Antsiranana, BP O Antsiranana 201, Madagascar*

* Correspondance, courriel : fanambinantsoa.hv@gmail.com

Résumé

Le présent travail concerne l'étude numérique du transfert thermique par convection forcée laminaire dans un canal horizontal. L'une des parois du canal présente une protubérance sinusoïdale dont la base est soumise à un flux de chaleur uniforme, les autres parties sont adiabatiques. Les équations de transfert sont résolues par une méthode des différences finies explicites. Les résultats sont présentés sous la forme d'isothermes et de lignes de courant pour une plage de nombres de Reynolds compris entre 250 et 1000 et pour un nombre de Prandtl $Pr = 0,72$ pour l'air. L'influence de l'amplitude de la protubérance est également étudiée.

Mots-clés : *transfert thermique, convection forcée, régime laminaire, protubérance sinusoïdale, méthode des différences finies.*

Abstract

Numerical study of forced convection in a horizontal rectangular channel with sinusoidal protuberance

The present work concerns the numerical study of heat transfer by laminar forced convection in a horizontal channel. One of the channel walls has a sinusoidal protuberance whose base is subjected to a uniform heat flow, and the walls of both sides of and in front of the protuberance are adiabatic. The transfer equations are solved by an explicit finite difference method. The results are presented as isothermal and stream lines for a range of Reynolds numbers between 250 and 1000 and a Prandtl number equal to 0,72 for the air. The influence of the amplitude of the protuberance is also studied.

Keywords : *heat transfer, forced convection, laminar, sinusoidal protuberance, finite difference method.*

Nomenclature

Lettres latines

a	facteur de forme de la protubérance
A	hauteur de la protubérance, m
C_p	chaleur spécifique, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
H	hauteur du canal, m
L	longueur totale du canal, m
L_0	longueur de la protubérance, m
L_1	longueur en amont de la protubérance, m
L_2	longueur en aval de la protubérance, m
p	période de la protubérance
P	pression du fluide, Pa
Pr	nombre de Prandtl
q	densité de flux de chaleur, $W \cdot m^{-2}$
Re	nombre de Reynolds
t	temps, s
T_0	température du fluide à l'entrée, K

T	température du fluide, K
U_0	vitesse de l'écoulement à l'entrée, $m \cdot s^{-1}$
U, V	composantes de la vitesse, $m \cdot s^{-1}$
X, Y	coordonnées cartésiennes, m

Lettres grecques

\square	diffusivité thermique du fluide, $m^2 \cdot s^{-1}$
λ	conductivité thermique du fluide, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
ρ	masse volumique, $kg \cdot m^{-3}$
Ω	vorticité, s^{-1}
Ψ	fonction de courant, $m^2 \cdot s^{-1}$
ν	viscosité cinématique du fluide, $m^2 \cdot s^{-1}$
μ	viscosité dynamique du fluide, $Pa \cdot s$
ξ, η	coordonnées homotopiques adimensionnelles

Exposant

$+$	grandeurs adimensionnelles
-----	----------------------------

1. Introduction

Les phénomènes de transfert de chaleur entre fluide et paroi ont une grande importance dans plusieurs domaines technologiques tels que le refroidissement du bâtiment, les systèmes d'isolation, les échangeurs de chaleur et les capteurs solaires, etc., ainsi que dans le domaine de la mécanique des fluides. Beaucoup de chercheurs ont été intéressés d'étudier le problème de transfert par convection dans un canal en présence d'un obstacle. [1] a présenté une étude numérique de la convection naturelle laminaire de l'air dans un canal vertical en présence d'une obstruction de forme semi-circulaire. Il a constaté que lorsqu'on déplace l'obstruction le long du canal, le coefficient moyen de convection diminue. [2], ont étudié la convection naturelle dans un canal vertical comportant une protubérance sinusoïdale. Ils ont remarqué que les transferts sont peu influencés par la variation du rapport entre l'amplitude de la protubérance et sa période pour les valeurs retenues dans leur étude. Une étude numérique et expérimentale de la convection libre au-dessus d'une paroi horizontale sinusoïdale a été effectuée par [3]. Les résultats numériques qu'ils ont obtenus montrent que l'écoulement et le transfert de chaleur sont fortement affectés par l'amplitude, la période du profil sinusoïdal et le type de l'écoulement. [4] ont mené une étude numérique de la convection forcée dans un canal ondulé. Ils ont montré que la protubérance n'apporte pas d'amélioration significative au niveau du transfert de chaleur lorsque la longueur L_0 qu'elle occupe est faible ; que le transfert s'intensifie, au fur et à mesure que cette longueur augmente, surtout pour les nombres de Reynolds élevés. Nous considérons dans le présent travail un écoulement laminaire en convection forcée, en présence d'une protubérance sinusoïdale dans un canal rectangulaire. L'équation de Navier-Stokes, exprimée en termes de vorticité et de fonction de courant, ainsi que celle de la chaleur, sont résolues numériquement à l'aide d'un schéma explicite aux différences finies. L'objectif de ce travail est donc de déterminer les profils des isothermes et des lignes de courant et d'analyser l'influence de l'amplitude de la protubérance ainsi que celle du nombre de Reynolds sur les transferts au sein du canal.

2. Modélisation

Le modèle physique considéré, représenté sur la **Figure 1**, est constitué d'un canal délimité par deux parois horizontales de longueur L et séparées d'une distance H. La paroi inférieure présente une protubérance sinusoïdale de hauteur a sur une longueur L₀. Cette dernière est chauffée par injection d'un flux de chaleur uniforme de densité constante q, parallèle à l'axe des y. Les parois situées de part et d'autre de la protubérance ainsi que la paroi supérieure sont adiabatiques.

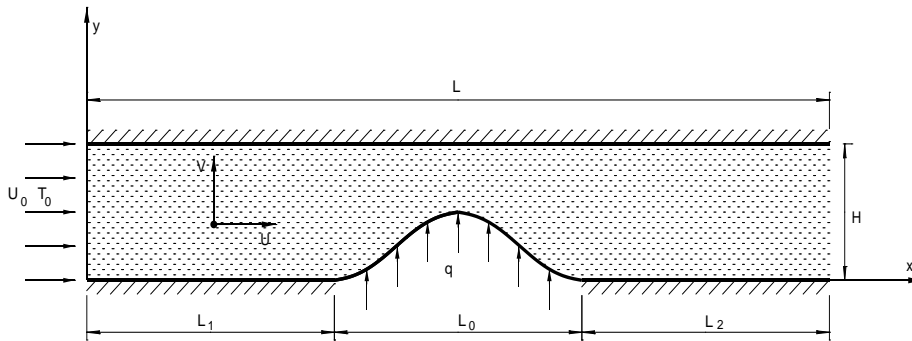


Figure 1 : Représentation schématique du système

2-1. Hypothèses simplificatrices

Outre les considérations mentionnées ci-dessus, nous posons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- les parois sont immobiles ;
- le fluide est de l'air et considéré incompressible ;
- les transferts sont bidimensionnels et s'effectue en régime forcé laminaire et instationnaire ;
- les transferts par rayonnement et la dissipation visqueuse sont négligeables ;
- les propriétés physiques du fluide sont supposées constantes.

2-2. Équation de transfert

La convection forcée résulte du couplage de deux phénomènes physiques : le transfert de chaleur et la mécanique des fluides. Le transfert de chaleur est régi par **l'Équation** de la chaleur. La mécanique des fluides, quant à elle, est décrite par **l'Équation** de continuité et celle de Navier-Stokes, formulées dans cette étude en termes de vorticité et fonction de courant. Cette formulation conduit à un système composé de **l'équation** de la vorticité, la relation liant la vorticité et la fonction de courant et celles liant la fonction de courant et les composantes de la vitesse. Les ** quations** de transfert sont ensuite adimensionnalisées en introduisant les variables sans dimension suivantes :

$$X^+ = \frac{X}{H} ; Y^+ = \frac{Y}{H} ; U^+ = \frac{U}{U_0} ; V^+ = \frac{V}{U_0} ; \Psi^+ = \frac{\Psi}{U_0 H} ; \Omega^+ = \frac{\Omega H}{U_0} ; T^+ = \frac{\lambda}{qH} (T - T_0) ; t^+ = \frac{t U_0}{H}$$

Pour donner au domaine d'étude une forme virtuelle rectangulaire, nous modifions les ** quations** de transfert par une transformation homotopique dans laquelle les nouvelles coordonnées ξ et η sont définies en fonction des anciennes coordonnées dimensionnelles (X, Y) par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \xi = \frac{X}{H} \\ \eta = \frac{Y}{F(x)} \end{cases} \quad (1)$$

Le profil dimensionnel de la protubérance sinusoïdale est défini par ***l'Équation*** ci-dessous :

$$F(x) = H - \frac{A}{2} \left[1 - \cos \frac{2\pi (X - L_1)}{P} \right] \quad (2)$$

Et l'expression adimensionnel de ce profil est donnée par :

$$F^+(x) = \frac{F(x)}{H} \quad (3)$$

Moyennant ces transformations, les ***Équations*** de transfert et les conditions aux limites sont réécrites dans le système de coordonnées homotopiques (ξ, η) . Ces ***Équations*** sont exprimées avec les grandeurs adimensionnelles mais l'exposant (+) est volontairement omis pour alléger l'écriture.

2-2-1. Équations de transfert en coordonnées homotopiques

- ***Équation de la chaleur***

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial \xi} + \left(\eta_x U + \eta_y V - (\eta_{xx} + \eta_{yy}) \frac{1}{\text{Re Pr}} \right) \frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 T}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \right] \quad (4)$$

où, $\text{Re} = \frac{U_0 H}{\nu}$ et $\text{Pr} = \frac{\mu C_p}{\lambda}$ sont des nombres de Reynolds et de Prandtl.

- ***Équation de la vorticité***

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + U \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \left(\eta_x U + \eta_y V - (\eta_{xx} + \eta_{yy}) \frac{1}{\text{Re}} \right) \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} \right] \quad (5)$$

- ***Équation de la fonction de courant***

$$\Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} + (\eta_{xx} + \eta_{yy}) \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \quad (6)$$

- ***Composantes de la vitesse***

$$U = \eta_y \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \text{ et } V = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \quad (7)$$

avec,

$$\eta_x = -\frac{yF'(X)}{F^2(X)} ; \eta_y = \frac{1}{F(X)} ; \eta_{xx} = y \left\{ \frac{2F'^2(X) - F''(X)F(X)}{F^3(X)} \right\} \text{ et } \eta_{yy} = 0 \quad (8)$$

2-2-2. Conditions initiales et aux limites

- *Conditions initiales*

Initialement, le fluide est au repos et tout le système est à la même température. Soit $U = V = 0$ et $T = 0$ à $t = 0$

- *Conditions aux limites*

✓ A l'entrée : $\xi = 0$

$$U = U_e ; V = 0 ; T = 0 ; \Omega = 0 ; \psi = \frac{U_e}{U_0}(\eta + 1) \quad (9)$$

✓ Sur la paroi inférieure : $\eta = -1$

$$U = 0 ; V = 0 ; \psi = 0 ; \Omega = -(\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} \quad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} = 0, 0 \leq \xi \leq \frac{L_1}{H} \text{ et } \xi \geq \frac{L_2}{H} \quad (11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} = -\frac{1}{\eta_y}, \frac{L_1}{H} \leq \xi \leq \frac{L_2}{H} \quad (12)$$

✓ Sur la paroi supérieure : $\eta = 0$

$$U = 0 ; V = 0 ; \Omega = -(\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} ; \psi = \frac{U_e}{U_0} ; \frac{\partial T}{\partial \eta} = 0 \quad (13)$$

✓ A la sortie : $\xi = \frac{L}{H}$

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = 0 ; \frac{\partial V}{\partial \xi} = 0 ; \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = 0 ; \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} = 0 ; \frac{\partial T}{\partial \xi} = 0 \quad (14)$$

3. Méthode numérique

Les *Équations* de transfert ainsi que les conditions aux limites sont discrétisées par la méthode des différences finies. Une formulation explicite est utilisée afin de pouvoir calculer les différentes grandeurs au point (i, j) du maillage du domaine d'étude à l'instant t , connaissant celles à $t - \Delta t$. Le domaine d'étude est divisé en $N \times M$ mailles élémentaires régulières définies par les pas $\Delta \xi$ et $\Delta \eta$. Le maillage ramené dans le système de coordonnées (X, Y) est représenté sur la *Figure 2*.

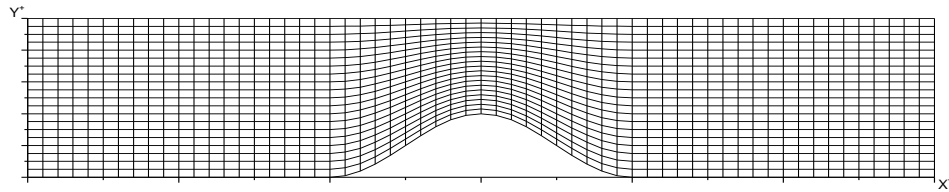


Figure 2 : Maillage du domaine de calcul

3-1. Équations de transfert discrétisées

- *Équation de la chaleur*

$$T_{i,j}^k = T_{i,j}^{k-1} + \Delta t \left[-U_{i,j} (a_T + \eta_x b_T) - V_{i,j} \eta_y b_T + \frac{1}{\text{Pr Re}} \nabla^2 T_{i,j} \right]^{k-1} \quad (15)$$

- *Équation de la vorticité*

$$\Omega_{i,j}^k = \Omega_{i,j}^{k-1} + \Delta t \left[-U_{i,j} (a_\Omega + \eta_x b_\Omega) - V_{i,j} \eta_y b_\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \Omega_{i,j} \right]^{k-1} \quad (16)$$

- *Équation de la fonction du courant*

$$\psi_{i,j}^k = \frac{1}{e} \left[\Omega_{i,j}^k + D_\psi + \eta_x E_\psi + \eta_{xx} F_\psi + (\eta_x^2 + \eta_y^2) G_\psi \right] \quad (17)$$

- *Composantes de la vitesse*

$$U_{i,j} = \eta_y b_\psi \text{ et } V_{i,j} = - (a_\psi + \eta_x b_\psi) \quad (18)$$

L'opérateur ∇^2 utilisé dans les Équations (15) et (16) est défini comme suit :

$$\nabla^2 = A_F + (\eta_x^2 + \eta_y^2) B_F + 2\eta_x C_F + (\eta_{xx} + \eta_{yy}) b_F \quad ; \quad e = 2 \left[\frac{1}{\partial \xi^2} + \frac{(\eta_x^2 + \eta_y^2)}{\partial \eta^2} \right] \quad (19)$$

avec,

$$a_F = \frac{\partial F}{\partial \xi} ; A_F = \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} ; b_F = \frac{\partial F}{\partial \eta} ; B_F = \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} ; C_F = \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \partial \eta} ; D_F = \frac{F_{i+1,j} - F_{i-1,j}}{\partial \xi^2} ;$$

$$E_F = \frac{F_{i+1,j+1} - F_{i+1,j-1} - F_{i-1,j+1} + F_{i-1,j-1}}{2 \partial \xi \partial \eta} ; F_F = \frac{F_{i,j+1} - F_{i,j-1}}{2 \partial \eta} ; G_F = \frac{F_{i,j+1} - F_{i,j-1}}{\partial \eta^2} \quad (20)$$

3-2. Conditions initiales et aux limites

- *Conditions initiales*

$$U_{i,j}^0 = 0 ; V_{i,j}^0 = 0 ; \Omega_{i,j}^0 = 0 ; \psi_{i,j}^0 = 0 \text{ et } T_{i,j}^0 = 0 \quad (21)$$

- *Conditions aux limites*

✓ A l'entrée : $i = 1$

$$U_{1,j}^k = U_e ; V_{1,j}^k = 0 ; \psi_{1,j}^k = \frac{U_e}{U_0}(\eta + 1) ; \Omega_{1,j}^k = 0 ; T_{1,j}^k = 0 \quad (22)$$

✓ Sur la paroi inférieure : $j = 1$

$$U_{i,1}^k = 0 ; V_{i,1}^k = 0 ; \psi_{i,1}^k = 0 ; \Omega_{i,1}^k = (\eta_x^2 + \eta_y^2) \left(\frac{-8\psi_{i,2}^k + \psi_{i,3}^k}{2\Delta\eta^2} \right) \quad (23)$$

$$T_{i,1}^k = T_{i,2}^k, 1 \leq i \leq N_1 + 1 \text{ et } N_1 + N_2 + 1 \leq i \leq N + 1 \quad (24)$$

$$T_{i,1}^k = T_{i,2}^k + \frac{\Delta\eta}{\eta_y(i,1)}, N_1 + 1 \leq i \leq N_2 + 1 \quad (25)$$

✓ Sur la paroi supérieure : $j = M + 1$

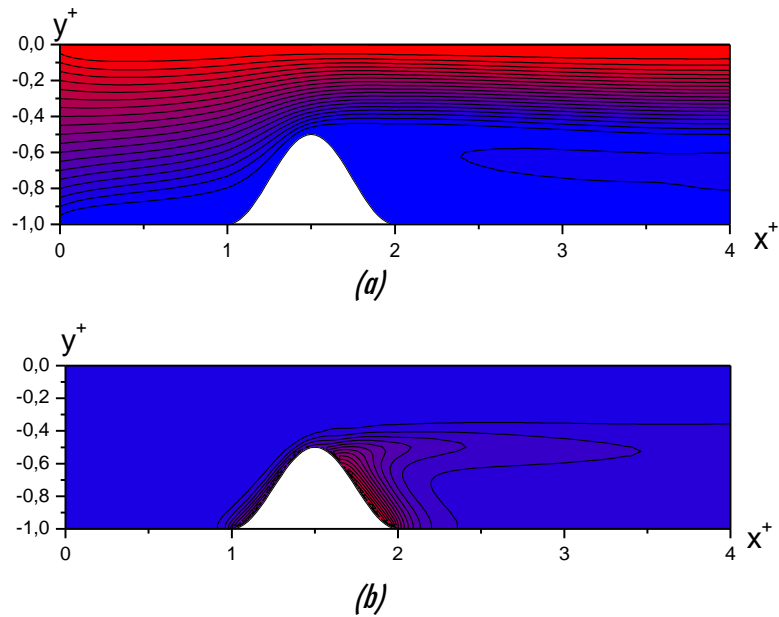
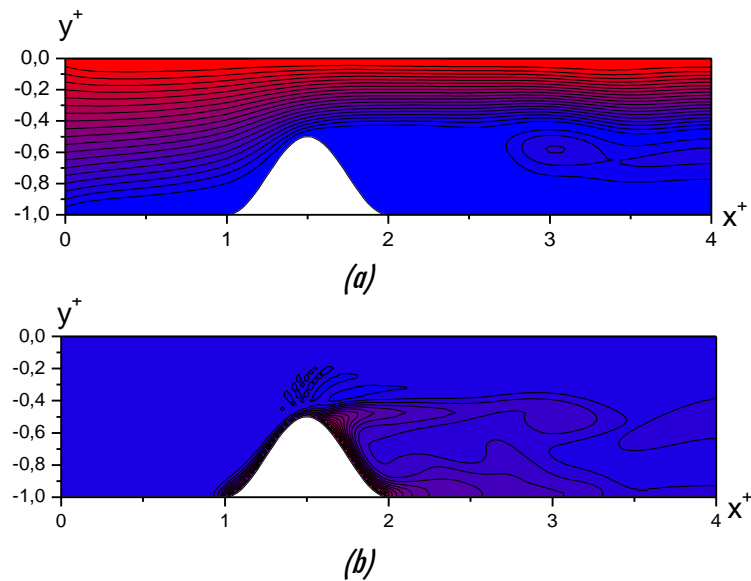
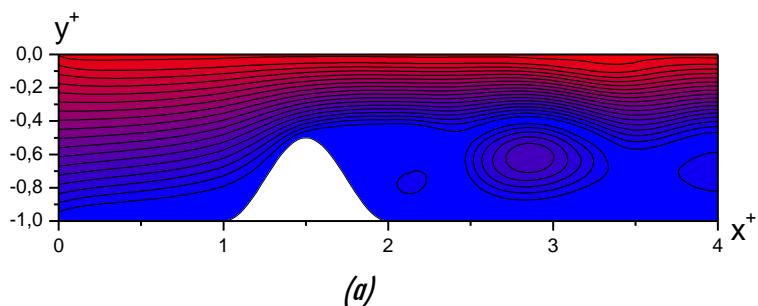
$$U_{i,M+1}^k = 0 ; V_{i,M+1}^k = 0 ; \psi_{i,M+1}^k = \frac{U_e}{U_0} ; T_{i,M+1}^k = T_{i,M}^k ; \Omega_{i,M+1}^k = (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{7\psi_{i,M+1}^k - 8\psi_{i,M}^k + \psi_{i,M-1}^k}{2\Delta\eta^2} \quad (26)$$

✓ A la sortie : $i = N + 1$

$$U_{N+1,j}^k = U_{N,j}^k ; V_{N+1,j}^k = V_{N,j}^k ; \psi_{N+1,j}^k = \psi_{N,j}^k ; \Omega_{N+1,j}^k = \Omega_{N,j}^k ; T_{N+1,j}^k = T_{N,j}^k \quad (27)$$

4. Résultats et discussion

Les résultats sont enregistrés lorsque le régime se stabilise à grand temps et sont présentés sous forme de lignes de courant et d'isothermes. Les simulations sont faites pour quelques valeurs du nombre de Reynolds et avec deux valeurs du facteur de forme de la protubérance, c'est-à-dire du rapport entre la hauteur de la protubérance et celle du canal.

4-1. Cas d'une protubérance de facteur de forme $a = 0,5$ Figure 3 : Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 250$ et $a = 0,5$ Figure 4 : Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 500$ et $a = 0,5$ 

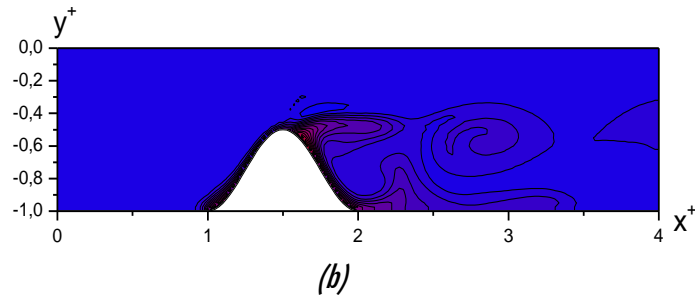


Figure 5 : Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 750$ et $a = 0,5$

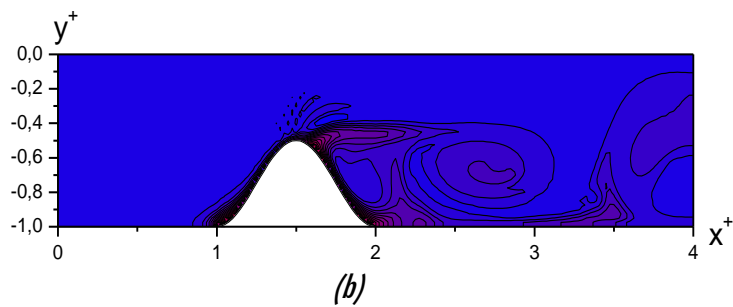
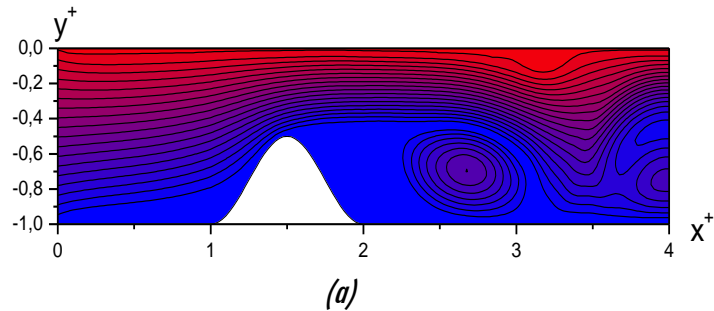


Figure 6 : Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 1000$ et $a = 0,5$

Les **Figures 3a, 4a, 5a et 6a** montrent les lignes de courant pour un facteur de forme égal à 0,5 et pour des valeurs du nombre de Reynolds comprises entre 250 et 1000. D'après ces figures, les lignes de courant épousent la forme de la partie avant de la protubérance, l'écoulement n'étant pas encore perturbé. Par contre, en raison du changement brusque de la section transversale du canal au sommet de la protubérance, des zones de vortex sont créées et il apparaît des phénomènes de tourbillon derrière la protubérance. Au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente, le tourbillon est d'autant plus intense et se rapproche de la protubérance. Cela s'explique tout simplement par le fait de l'importance de la vitesse d'entrée du fluide dans le canal, du rétrécissement considérable du canal au niveau de la protubérance et évidemment de l'adhérence du fluide à la paroi. Globalement, la présence de la protubérance engendre une perturbation de l'écoulement dans le canal. Nous représentons sur les **Figures 3b, 4b, 5b et 6b** les courbes qui illustrent les isothermes pour les mêmes valeurs du nombre de Reynolds, un flux de chaleur de densité constante ayant été imposé à la base de la protubérance. On peut remarquer que plus le nombre de Reynolds est grand, c'est-à-dire que la vitesse du fluide est élevée, plus la chaleur se concentre au voisinage de la paroi inférieure du canal dans la zone arrière de la protubérance et notamment dans la zone où règnent les tourbillons. Il est à noter que le flux de chaleur injecté à la base de la protubérance n'influe pas la distribution de la température en amont de l'obstacle du fait que le transport de chaleur se fait essentiellement par convection.

4-2. Cas d'une protubérance de facteur de forme $a = 0,5$

Nous analysons maintenant l'influence de l'amplitude de la protubérance sur l'écoulement et sur le transfert thermique dans le canal.

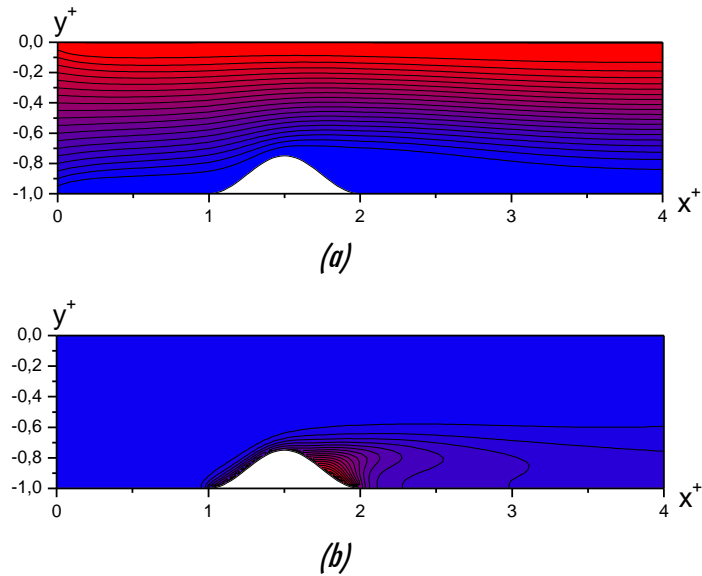


Figure 7 : Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 250$ et $a = 0,5$

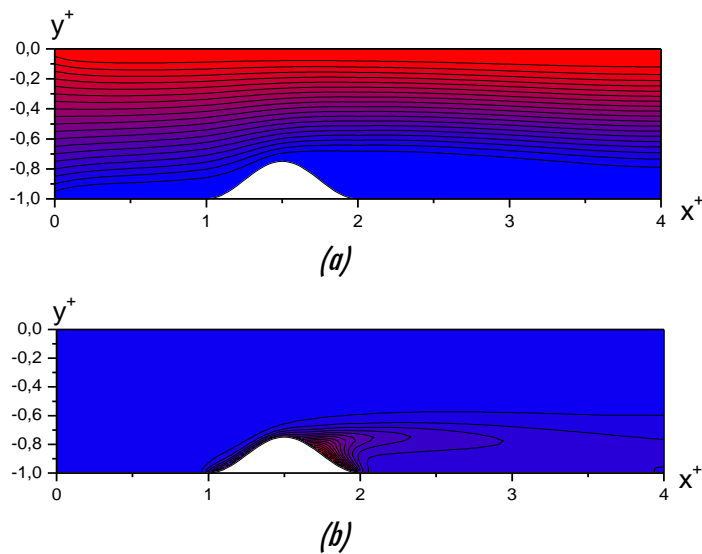
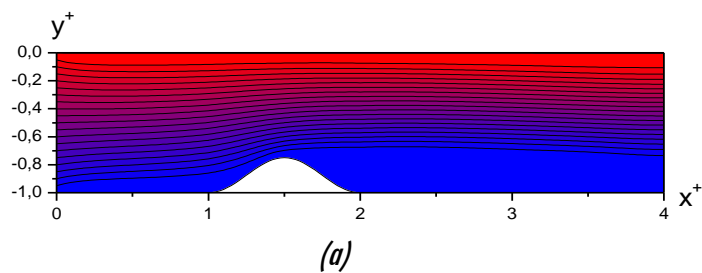


Figure 8 : Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 500$ et $a = 0,5$



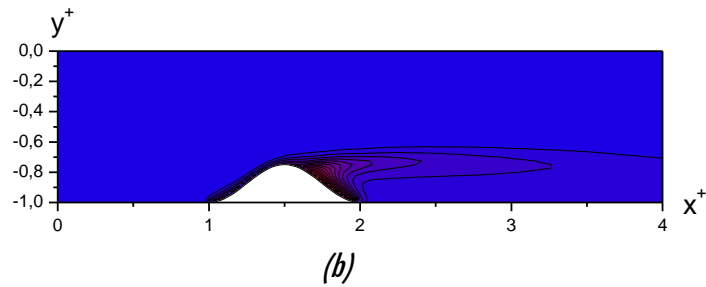


Figure 9 : Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 750$ et $a = 0,5$

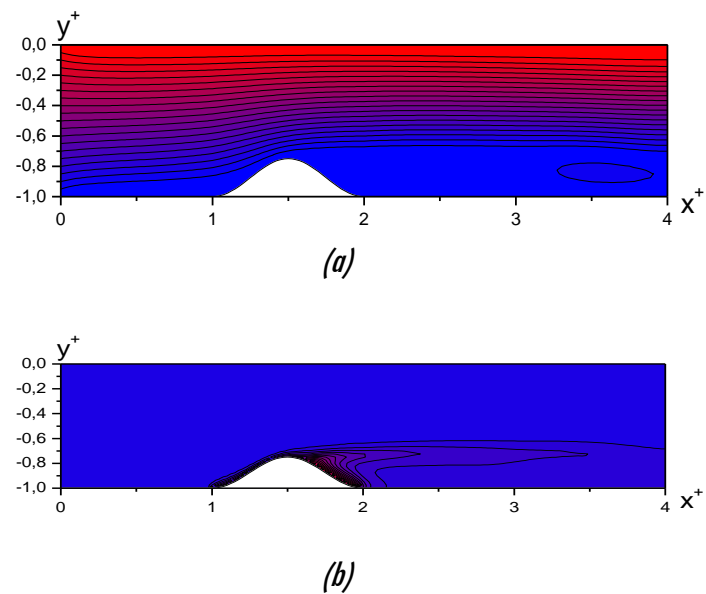


Figure 10 : Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 1000$ et $a = 0,5$

Les **Figures 7a, 8a, 9a et 10a** représentent les lignes de courant, pour un facteur de forme $a = 0,25$ et pour des nombres de Reynolds compris entre 250 et 1000. Si on compare ces résultats par rapport à celle correspondant à $a = 0,5$, l'élargissement de la section du canal au niveau de la protubérance laisse le fluide s'écouler plus librement dans le canal pour des nombres de Reynolds inférieurs à 750 et aucune perturbation n'a été observée. C'est à partir du nombre de Reynolds égal à 1000 que l'écoulement commence à être perturbé, ce qui est marqué par l'apparition d'une zone de tourbillon au voisinage de la sortie du canal **Figure 10a**. Quant à la répartition des températures, les isothermes se présentent sous forme de panaches derrière la protubérance, montrées sur les **Figures 7b, 8b, 9b et 10b**. Celles-ci sont de plus en plus prononcées lorsque la vitesse de l'écoulement augmente. Il est à noter que la zone située avant l'obstacle ne subit aucune perturbation et aucun échange thermique ne s'y réalise du fait que les parois sont considérées adiabatiques.

5. Conclusion

Nous avons effectué une étude numérique de l'écoulement et du transfert thermique par convection forcée dans un canal équipé d'une protubérance sinusoïdale. Afin de contourner le problème de résolution des **Équations** de transfert, dû à la présence du terme de gradient de pression dans les **Équations** de la quantité

de mouvement, nous avons utilisé la formulation Ψ - Ω . Nous avons également introduit dans cette étude les coordonnées homotopiques afin de rendre rectangulaire le domaine de calcul. Les *Équations* de transfert sont discrétisées à l'aide de la méthode des différences finies. L'*Équation* de la vorticité ainsi que celle de la chaleur sont ainsi r solv es avec un processus de calcul direct tandis que celle de la fonction de courant à l'aide d'une méthode itérative. Nous avons élaboré un programme de calcul numérique et nous avons analysé les résultats obtenus. Cette analyse porte essentiellement sur l'évolution des lignes de courant et des isothermes.   l'issue de cette analyse, quelques remarques peuvent être dégagées :

- En amont de l'obstacle, l'écoulement ne subit aucune perturbation et la répartition des températures reste uniforme ;
- En aval de l'obstacle, il apparait des zones de vortex dues au changement brusque de la section du canal. Ces zones tourbillonnaires sont d'autant plus amplifiées et se rapprochent de la protubérance au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de Reynolds ;
- La modification de l'amplitude de la protubérance affecte notablement le transfert de chaleur. Par ailleurs, le transfert thermique est plus intense dans la zone où se créent des tourbillons.

Les résultats montrent que les paramètres caractéristiques engendrant des variations notables de la morphologie de l'écoulement et du transfert thermique sont les nombres de Reynolds et l'amplitude de la protubérance.

Références

- [1] - R. J. Krane and S. A. M. SAID, "An analytical and experimental investigation of natural convection heat transfer in vertical channel with a single obstruction", *Int. Heat Mass Transfer*, 33 (1990) 1121 - 1134.
- [2] - B. Abdellah, R. Mebrouk et T. Abdelhamid, "Etude de l'influence d'une protubérance sinusoïdale sur les transferts par convection naturelle dans un canal vertical", 12^{me} Journées Internationales de thermique, (2005).
- [3] - S. Pr tot, B. Zeghmati, Ph. Caminat, "Influence of surface roughness on natural convection above a horizontal plate", *Advances in Engineering Software*, 31 (2000)793 - 801.
- [4] - C. C. Wang, C. K. Chen, "Forced convection in a wavy wall channel", *Heat and Mass Transfer*.
- [5] - S. PRETOT, B. ZEGHMATI, J. BRESSON, "Numerical and experimental study of free convection above a sinusoidal horizontal plate", *heat and Mass transfer*, 39 (2003)183 - 194.
- [6] - R. COMOLET, "Mécanique expérimentale des fluides", Tome 2, MASSON, Paris, (1976).
- [7] - D. EUVRARD, "R solution numérique des équations aux d riv es partielles", 2^{me}  dition, MASSON, Paris, (1990).