

## **Comparaison de deux modèles ARMA et méthode Simple de décomposition multiplicative pour deux variables climatiques « Température et précipitation » dans la partie Ouest de Madagascar**

**Antoine RABENDRINA\* et Niry Havana RAZANATOMPOHARIMANGA**

*Université d'Antananarivo, Faculté des Sciences, Département de Physique, Laboratoire de Physique du solide et Physique expérimentale, Lot III J 62 Soanierana Tananarive, BP 101, Madagascar*

(Reçu le 23 Juillet 2022 ; Accepté le 01 Octobre 2022)

---

\* Correspondance, courriel : [randrianasolohanitriaina@gmail.com](mailto:randrianasolohanitriaina@gmail.com)

### **Résumé**

Ce travail consiste à comparer deux méthodes pour modéliser deux variables : Méthode ARMA (Autorégressifs et Moyenne Mobile) et la méthode simple de décomposition multiplicative sur la moyenne mensuelle des deux variables « Température et Précipitation » dans la partie ouest de Madagascar : Les données utilisées sont des données locales dans la ville de Maintirano (longitude 44° E, latitude 8°S) complétées par des données téléchargées dans le site ECMWF, allant 1979 à 2015. Pour réaliser ce travail, nous utilisons le Logiciels EvIEWS pour déterminer les paramètres nécessaires telles que : les valeurs de (p, q) et (P, Q), les tests de normalité, des bruits blancs ainsi que le test d'homoscédasticité du modèle ARMA. Mais pour la méthode simple de décomposition multiplicative, il faut vérifier les trois conditions : Condition de la bande, du profil et de Buys et Ballot. L'objectif est donc de choisir le meilleur modèle à l'issue de ces deux méthodes. D'après les résultats trouvés, nous avons constaté que le modèle ARMA est beaucoup mieux que la méthode simple de décomposition multiplicative. Cette étude nous permet donc d'améliorer la méthode de modélisation des données en faisant les comparaisons des différentes méthodes.

**Mots-clés :** *ARMA, Bandé, profilé, Buys, Ballot, prévision, tendance.*

### **Abstract**

**Comparison of two ARMA models and a Simple multiplicative decomposition method for two climate variables "temperature and rainfall" in the western part of Madagascar**

This work consists of comparing two methods the Autoregressive Moving Average (ARMA) and the Simple Multiplicative Decomposition, for modeling two monthly average variables which are the temperature and the precipitation. Collected surface data in Maintirano at agrid point 44°E and 8°S and data downloaded from the ECMWF from 1979 to 2015 were used. The software known as EvIEWS was used to determine the parameters such as (p,q) and (P,Q), the tests of normality, the white noise and the test of homoscedasticity of the ARMA model. Concerning the Simple Multiplicative Decomposition, three conditions were verified : the band, the profile and the Buys and Ballot conditions. The objective is therefore to choose the best model from these two methods. The findings show that ARMA model is better than the Simple Multiplicative Decomposition model. This study allows us to improve modeling the variables by comparing different methods.

**Keywords :** *ARMA, Bande, profile, Buys, Ballot, Forecast, trend.*

## 1. Introduction

Les modèles jouent un rôle important dans le développement des disciplines scientifiques. Le modèle ARMA est l'une des modèles le plus important très utilisée en statistique [1, 2]. Slutsky et Yule ont introduit la même année les moyennes mobiles (MA) et les autorégressifs (AR), et ce modèle ARMA a été amélioré par Box et Jenkins en 1970, [3 - 6]. En revanche la méthode simple de décomposition multiplicative aussi prend une place capitale pour modéliser les séries temporelles en utilisant les Conditions : de la Bande, de Profil et de Buys et Ballot. Nous constatons que les résultats trouvés ont des propriétés communes telles que la courbe de tendance et la courbe de prévision [7, 8]. La méthode ARMA est un peu compliquée par rapport à la deuxième méthode et ayant plusieurs conditions sur la réalisation de ce modèle [9]. La comparaison des deux méthodes nous permet de poser une question : « Quelle méthode doit-on utiliser pour avoir le meilleur modèle ainsi que la qualité de la prévision »? Pour réaliser ce travail, nous utilisons les données locales dans la ville de Maintirano pendant 37 ans ou 444 mois à la longitude de  $44^{\circ}1'37''$ EST et à la latitude de  $18^{\circ}3'41''$  SUD, de 1979 à 2015 dans la partie Ouest de Madagascar. De plus nous utilisons aussi le Logiciels EvIEWS pour déterminer les paramètres  $(p, q)$  et  $(P, Q)$  et les tests intervenant sur le modèle ARMA [10]. Pour comparer ces deux méthodes nous allons voir une à une ces deux approches. D'une part, le modèle ARIMA est généralement noté par ARIMA  $(p, d, q)(P, D, Q)$  ou ARMA  $(p, q)(P, Q)$  ou SARIMA dans le cas où il y a la présence de saisonnalité de la série temporelle. Elle permet également de déterminer l'autocorrélogramme ACF et le PACF, [11 - 15]. D'autre part, la méthode simple de décomposition multiplicative est une méthode qui traite la variable et permettant de décomposer la tendance et la saisonnalité pour modéliser une série temporelle. Cette méthode nous permet également de visualiser le comportement graphique des données. Dans notre cas, nous utilisons la méthode multiplicative et vérifiant les trois conditions : « Condition de la bande, de Profil, et de Buys et Ballot » [16]. Ce travail a pour objectif de comparer les deux méthodes et permettant de choisir le meilleur modèle sur les données utilisées.

## 2. Méthodologie

### 2-1. Modèle ARMA et SARMA

Le modèle ARMA présentant la saisonnalité est noté par SARMA comme suit :  $SARMA(p, q)(P, Q)_S$  ou  $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_S$ , où les paramètres  $p, q, P, Q$  et  $S$  sont des entiers positifs à déterminer pour modéliser l'évolution des observations : [17 - 20]

- $p$  : nombre de termes du processus Autorégressif AR( $p$ ),
- $q$  : nombre de termes du processus Moyenne Mobile MA( $q$ ),
- $d$  : ordre du processus d'Intégration I( $d$ ),
- $P$  : nombre de termes du processus Autorégressif Saisonnier SAR( $P$ ),
- $Q$  : nombre de termes du processus Moyenne Mobile Saisonnier SMA( $q$ ),
- $D$  : ordre du processus d'Intégration Saisonnière I<sub>s</sub>( $D$ ),
- $S$  : représente la saisonnalité, qui est égale à la valeur de la périodicité du signal.

#### 2-1-1. Détermination des paramètres du modèle

Les graphes autocorrélogrammes simple (ACF) et partiel (PACF) nous permettent de déterminer les deux paramètres  $p$  et  $P$ . Le  $p$  correspond au décalage du dernier pic significatif non saisonnier dans le PACF, alors

que le P est égal au quotient de la division du décalage du dernier pic significatif saisonnier [21]. Les paramètres q et Q peuvent déterminer à l'aide des graphes d'ACF de MA (Moyenne Mobile), q correspond au décalage du dernier pic significatif non saisonnier et Q est égal au quotient de la division du décalage du dernier pic significatif saisonnier. De plus, grâce à notre Logiciel Eviews, on peut déterminer facilement ces paramètres (p, q) (P, Q).

**2-1-2. Équation des modèles SARMA**

Une série chronologique ( $Z_t$ ) satisfait un processus SARMA(p,q)(P,Q) si l'Équation suivante est vérifiée ( avec t représente la taille des observations) [22 - 24].

$$\Phi\Phi'Z_t = \Theta\Theta'\varepsilon_t + C \tag{1}$$

où,  $\Phi$  et  $\Phi'$  : sont les polynômes associés à la partie Autorégressive et  $\Theta$  et  $\Theta'$  pour les la partie Moyenne Mobile et C est une constante exprimant la dérivé du processus et  $\varepsilon_t$  : sont les résidus associées aux mesures.

**2-1-3. Validation du modèle**

Pour valider un modèle nous allons analyser les résidus et les résidus aux carrés. Ainsi, nous devons alors vérifier si :

- Les résidus sont des bruits blancs ;
- Les résidus tendent vers une distribution normale en faisant le test de Jarque Bera ;
- Le modèle est « Homoscédaste » ou non [25 - 27].

**2-2. Méthode simple de décomposition multiplicative [28]**

Pour affirmer que le modèle de décomposition multiplicatif est le modèle adéquat, nous avons trois conditions à vérifier : Condition de la bande, condition du profil et condition de Buys et Ballot [29 - 31].

**2-2-1. Condition de la bande**

Pour la méthode de la bande, on fait la représentation graphique de la série chronologique, puis on trace une droite passant respectivement par les minima et par les maxima. Si ces deux droites ne sont pas parallèles le modèle est multiplicatif.

**2-2-2. Condition de profil**

La condition de profil est caractérisée par la superposition des plusieurs courbes non parallèles sur un même graphique. Notons X(t) la série de cette variable. Mais dans le cas contraire, si les courbes sont parallèles entre elles le modèle est additif.

**2-2-3. Condition de Buys et Ballot [32, 33]**

Cette méthode nécessite : Le calcul de la moyenne mensuelle de chaque variable et de l'écart type, c'est-à-dire le traçage de la moyenne mensuelle de chaque variable en fonction de l'écart type. Si la pente de la droite ainsi obtenue n'est pas nulle alors le modèle est multiplicatif. Nous admettons alors la notation suivante : La variable X(t) est composée de la tendance T(t), de la saisonnalité S(t) et de l'erreur  $\varepsilon(t)$ . Alors l'Équation de X(t) est donc le produit des trois fonctions telle que :

$$X(t) = T(t)*S(t)*\varepsilon(t) \tag{2}$$

## 2-3. Modes de Calcul

### 2-3-1. Tendance $T(t)$

**L'Équation** de la tendance est une droite de pente  $a$  et l'ordonnée à l'origine  $b$ , et nous avons :

$$T(t) = a * t + b \quad (3)$$

Calcul de la valeur de  $a$  :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\text{Var}(x)} \quad (4)$$

$\text{Cov}(x, y)$  : la covariance de  $x$  et  $y$  ;  $\text{Var}(x)$  : la variance de  $x$ .

Nous pouvons chercher facilement  $b$  une fois connue la valeur de  $a$  :

$$b = \text{moyenne}(T(t)) - a * \text{moyenne}(t)$$

Pour déterminer  $S(t)$ , on fait le rapport  $X(t)$  avec  $T(t)$  tel que :

$$X_1(t) = \frac{X(t)}{T(t)} = S(t) * \varepsilon(t) \quad (5)$$

Et pour chercher  $\varepsilon(t)$ , on fait le rapport de  $X_1(t)$  avec  $S(t)$

$$\varepsilon(t) = \frac{X_1(t)}{S(t)} \quad (6)$$

### 2-3-2. Variance

La variance peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\text{Var}(X_N, Y_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^T (X_N - \bar{X}_N)(Y_N - \bar{Y}_N) \quad (7)$$

### 2-3-3. Formule de décomposition multiplicative

On rappelle que la **Formule** de la décomposition simple de la méthode multiplicative est telle que :

$$X_N(t) = T_N(t) * S_N(t) * \varepsilon_N(t) \quad (8)$$

$t$  est la moyenne mensuelle de la température

avec,  $T_N(t)$  : est la tendance de la forme:  $S_N(t)$  : la saisonnalité  
 $T_N(t) = a * t + b$   $\varepsilon_N(t)$  : le résidu

La matrice représentant la température mensuelle durant les 37 années passées est représentée par  $T_N^{\text{Passé}}(t)$  :

$$T_N(t) = \begin{pmatrix} T_1 & T_2 & T_3 & T_4 & T_5 & T_6 & T_7 & T_8 & T_9 & T_{10} & T_{11} & T_{12} \\ T_{13} & T_{14} & T_{15} & T_{16} & T_{17} & T_{18} & T_{19} & T_{20} & T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ \vdots & \vdots \\ T_{433} & \dots & T_{444} \end{pmatrix} \quad (9)$$

Connaissant la valeur de  $T_N(t)$ , alors la saisonnalité est donné par le quotient de  $X(t)$  par  $T(t)$  et la relation est telle que :

$$\frac{X_N(t)}{T_N(t)} = S_N(t) * \varepsilon_N(t) \quad (10)$$

et 
$$\frac{X_N(t)}{T_N(t) * S_N(t)} = \varepsilon_N(t) \quad (11)$$

**2-3-4. Prévision à partir du modèle  $X_N(t)$  [34, 35]**

L'expression,  $X_N(t) = T_N(t) * S_N(t) * \varepsilon_N(t)$  nous permet de déduire l'expression de la prévision :

$$X_{N+h}(t) = T_{N+h}(t) * S_N(t) * \varepsilon_N(t) \quad (12)$$

*h est l'horizon de prévision mensuelle.*

$$T_{N+h}(t) = \begin{pmatrix} T_{N+1} & T_{N+2} & T_{N+3} & \dots & \dots & T_{N+10} & T_{N+11} & T_{N+12} \\ T_{N+13} & T_{N+14} & T_{N+15} & \dots & \dots & T_{N+22} & T_{N+23} & T_{N+24} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{N+444} & T_{N+338} & T_{N+339} & \dots & \dots & \dots & T_{N+h-1} & T_{N+h} \end{pmatrix} \quad (13)$$

et que

$$S_N(t) = \begin{pmatrix} S_1(\text{Janvier}) \\ S_2(\text{Février}) \\ S_3(\text{Mars}) \\ S_4(\text{Avril}) \\ S_5(\text{Mai}) \\ S_6(\text{Juin}) \\ S_7(\text{Juillet}) \\ S_8(\text{Août}) \\ S_9(\text{Septembre}) \\ S_{10}(\text{Octobre}) \\ S_{11}(\text{Novembre}) \\ S_{12}(\text{Décembre}) \end{pmatrix} \quad \varepsilon_B(t) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{Janv} \\ \varepsilon_{Fév} \\ \varepsilon_{Mars} \\ \varepsilon_{Avr} \\ \varepsilon_{Mai} \\ \varepsilon_{Juin} \\ \varepsilon_{Juill} \\ \varepsilon_{Août} \\ \varepsilon_{Sept} \\ \varepsilon_{Oct} \\ \varepsilon_{Nov} \\ \varepsilon_{Déc} \end{pmatrix}$$

Et enfin, l'expression de notre modèle sera donnée par ***l'Équation*** suivante :

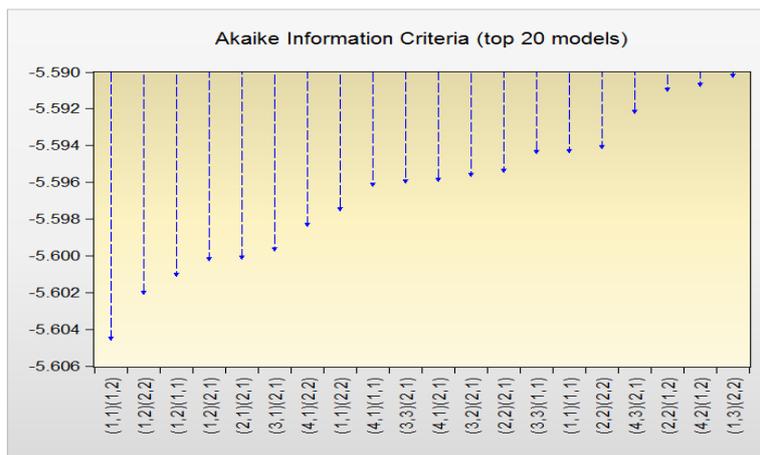
$$X_N(t) = X_N(t) = \begin{pmatrix} T_1 & T_2 & T_3 & \dots & \dots & T_{10} & T_{11} & T_{12} \\ T_{13} & T_{14} & T_{15} & \dots & \dots & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{337} & T_{338} & T_{339} & \dots & \dots & T_{346} & T_{347} & T_{348} \\ T_{349} & T_{350} & T_{351} & \dots & \dots & T_{358} & T_{359} & T_{360} \\ T_{N+1} & T_{N+2} & T_{N+3} & \dots & \dots & T_{N+10} & T_{N+11} & T_{N+12} \\ T_{N+13} & T_{N+14} & T_{N+15} & \dots & \dots & T_{N+22} & T_{N+23} & T_{N+24} \\ \vdots & \vdots \\ T_{N+444} & T_{N+338} & T_{N+339} & \dots & \dots & \dots & T_{N+h-1} & T_{N+h} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} S_1 \text{ (Janvier)} \\ S_2 \text{ (Février)} \\ S_3 \text{ (Mars)} \\ S_4 \text{ (Avril)} \\ S_5 \text{ (Mai)} \\ S_6 \text{ (Juin)} \\ S_7 \text{ (Juillet)} \\ S_8 \text{ (Août)} \\ S_9 \text{ (Septembre)} \\ S_{10} \text{ (Octobre)} \\ S_{11} \text{ (Novembre)} \\ S_{12} \text{ (Décembre)} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \mathcal{E}_{Janv} \\ \mathcal{E}_{Fév} \\ \mathcal{E}_{Mars} \\ \mathcal{E}_{Avr} \\ \mathcal{E}_{Mai} \\ \mathcal{E}_{Juin} \\ \mathcal{E}_{Juill} \\ \mathcal{E}_{Août} \\ \mathcal{E}_{Sept} \\ \mathcal{E}_{Oct} \\ \mathcal{E}_{Nov} \\ \mathcal{E}_{Déc} \end{pmatrix} \tag{14}$$

### 3. Résultats et discussion

Les résultats donnent les étapes nécessaires pour les deux méthodes avant la comparaison des deux modèles. Nous remarquons que les procédures sur le modèle ARMA sont plus compliquées par rapport à la méthode simple de décomposition multiplicative. Pour ce modèle, les tests de résidus sont obligatoires, surtout le test d'hétéroscédasticité (ou de volatilité des résidus) pour avoir un bon modèle, d'où l'apparition du modèle ARCH [36]. Mais dans la méthode simple de décomposition multiplicative, il faut que les trois conditions soient respectées : Condition de la bande, Condition de profil et Condition Buys et Ballot [37].

#### 3-1. Choix du modèle ARMA et tests de validation

La **Figure 1** ci-dessous représente les vingt valeurs possibles de notre modèle d'après le logiciel Eviews. Les listes des valeurs AIC sont figurées sur cette **Figure 1** du type ARMA (p,q)(P,Q). Nous choisissons le modèle ARMA(1,1)(1,2) admettant une valeur AIC minimale « -5,604 » qui convient à notre analyse.



**Figure 1** : Liste des valeurs recaptulant les vingt modèles de AIC de la température mensuelle

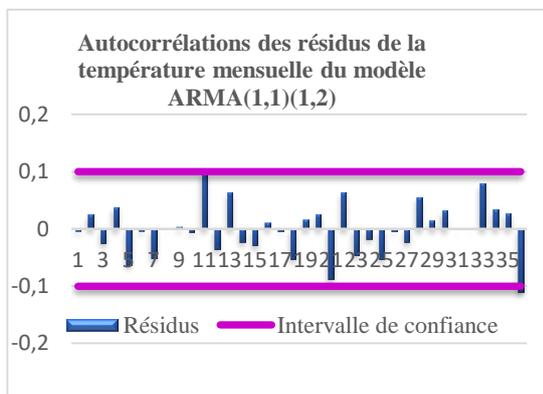
Les caractéristiques et les informations sur les paramètres du modèle ARMA (1,1) (1,2) sont données par le **Tableau 1**. Les coefficients sont significatifs et différents de zéro compte tenu des deux valeurs de probabilités : Prob (obs.) < 5 % et la Prob (F-statistique = 0) < 5 %.

**Tableau 1 : Tableau du modèle ARMA (1,1)(1,2) de la variable température mensuelle**

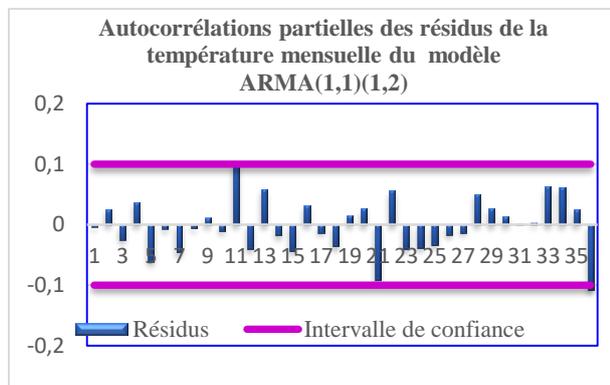
Variable DLOG (TEMPERATURE)				
Modèle ARMA (1,1)(1,2)				
Méthode : Least Squares et Observation : 444 avec Prévion :120 mois				
Equation : $(1-0,497L)(1-L12)X_t = (1+0,999L)$ .				
Variable	Coefficients	Ecart-types des coefficients	t-statistique	Prob
C	7,04E-05	1,38E-05	5,107397	0,0000
AR (1)	0,497167	0,039767	12,50201	0,0000
SAR (12)	0,999999	5,99E-06	166621,0	0,0000
MA (1)	0,999999	0,064674	-15,46205	0,0000
SMA (12)	-1,065324	0,048042	-22,17473	0,0000
SIGMASQ	0,000179	1,22E-05	14,66440	0,0000
Coefficient de détermination (R2)	0.863860	Moyenne de la variable dépendante		7,37E-05
Coefficient de détermination ajusté	0.861986	Ecart-type de la variable dépendante		0,03632
Ecart-type des résidus de la régression	0,013493	Critère d'Akaike		-5,604598
Somme carré des résidus	0,079379	Critère de Schwarz		-5,539914
Log vraisemblance	1248,419	Critère de Hannan-Quinn		-5,579088
F-statistique	461,0958	Statistique de Durbin-Watson		2,019846
Prob (F-statistique)	0,000000			

**3-1-1. Test des bruits blancs des résidus**

Les autocorrélations des résidus et autocorrélations partielles des résidus de la température mensuelle sont des bruits blancs car tous les pics se trouvent dans l'intervalle de confiance d'après les **Figure 2 et Figure 3** ci-dessous.



**Figure 2 : Autocorrélations des résidus de la température mensuelle**



**Figure 3 : Autocorrélations partielles des résidus de la température mensuelle**

**3-1-2. Test de normalité des résidus de la température mensuelle**

Le Test de Jarque et Bera (JB) nous permet de déterminer la normalité des résidus. D'après la **Figure 4**, la valeur de  $JB = 4,06 < \chi^2 = 5,99$ , donc les résidus sont distribués normalement. Et ensuite, la valeur de kurtosis =  $2,99 \leq 3$ , les distributions des histogrammes tendent vers la distribution normale appelée « Mésokurtique ».

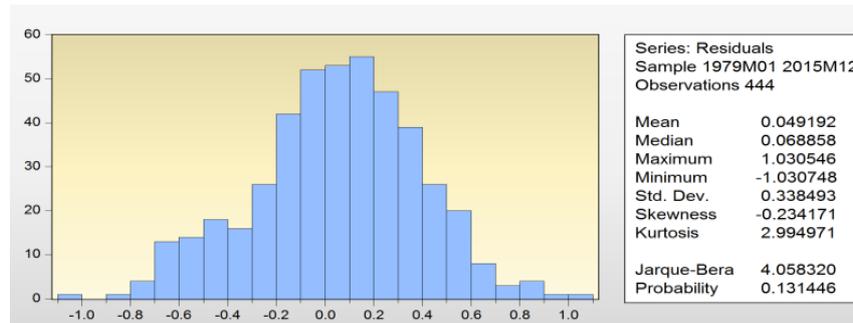


Figure 4 : Distribution des résidus de la température mensuelle

### 3-1-3. Test de la variance des résidus de la température mensuelle

Le test de la variance est obligatoire pour savoir l'Homoscédasticité d'une variable ou non. D'après le **Tableau 2**, la *variance* reste constante car les valeurs de Prob (F-statistique) = 0.4669 et Prob (Obs\*R-Squared) = 0.4657 ne sont pas tous nuls, donc elle est *homoscédaste* alors le modèle ARMA(1,1),(1,2) convient bien à notre variable.

Tableau 2 : Test de la variance des résidus de la température mensuelle du modèle ARMA (1,1)(1,2)

F-Statistique	0,530297	Prob (F-Statistique)	0,4669	
Obs*R-Squared	0,532062	Prob (Obs*R-Squared)	0,4657	
Variable	Coefficient	Variance (Std Error)	t-statistique	Probabilité
C	0,112811	0,009416	11,98047	0.0000
RESID^2(-1)	0,034671	0,047612	0,728215	0,4669
Coefficient de détermination (R <sup>2</sup> )	0,001201	Moyenne de la variable dépendante	0,116867	
Coefficient de détermination ajusté	-0,001064	Ecart-type de la variable dépendante	0,159704	
Ecart-type des résidus de la régression	0,159789	Critère d'Akaike	0,825426	
Log vraisemblance	184,8320	Critère de Hannan-Quinn	0,818138	
Somme carré des résidus	11,25978	Critère de Schwarz	0,806945	
F-statistique	0,530297	Statistique de Durbin-Watson	1,994646	

### 3-1-4. Prévision

La courbe de la prévision est donnée par la **Figure 5** ci-dessous. La courbe se divise en deux parties : La partie rouge à gauche marque la courbe de la température mensuelle pendant 444 mois allant de 1979 à 2015 et la partie orange à droite donne la courbe de la prévision pendant 20 ans c'est-à-dire de 2016 à 2025. Nous constatons que l'allure de cette courbe dans l'ensemble est à la hausse.

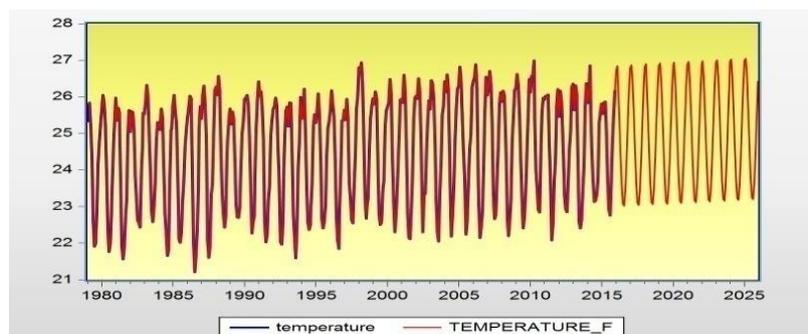
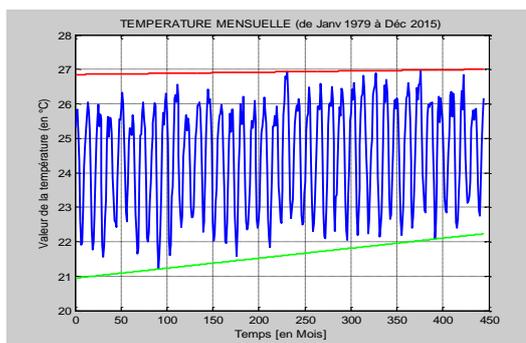


Figure 5 : Prévision de la température mensuelle

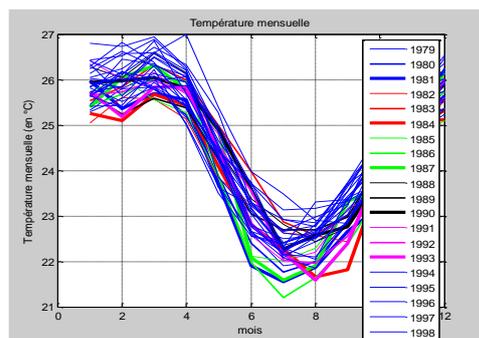
### 3-2. Méthode simple de décomposition multiplicative et vérification des trois conditions requises sur la température

*Condition de la bande, Condition de profil et Condition de Buys et Ballot.*

- La condition de la bande est vérifiée d'après la **Figure 6**, car les deux droites (rouge et vert) qui enveloppent la courbe de la température moyenne ne sont pas parallèles
- La **Figure 7** représente les 37 courbes de la température moyenne mensuelle pendant 37 ans. La condition de profil aussi est vérifiée car ces 37 courbes ne sont pas parallèles entre elles

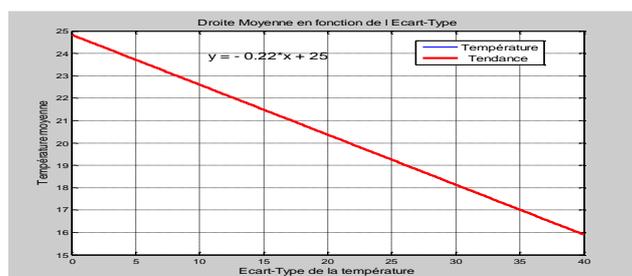


**Figure 6 :** Courbe moyenne mensuelle de la température encadrée par deux droites non parallèles durant 444 mois



**Figure 7 :** Trente-sept courbes de la température moyenne mensuelle durant 444mois

La **Figure 8** représente une droite décroissante de la variable *moyenne mensuelle* de la température en fonction de la variable *écart-type* dont l'équation est  $y = -0,22x + 25$  et la pente(P) de cette droite de la covariance est :  $P = -0,22$  qui est différent zéro, alors la condition de Buys et Ballot est aussi vérifiée. Les trois conditions sont remplies, alors la variable température suit donc la méthode de décomposition multiplicative.

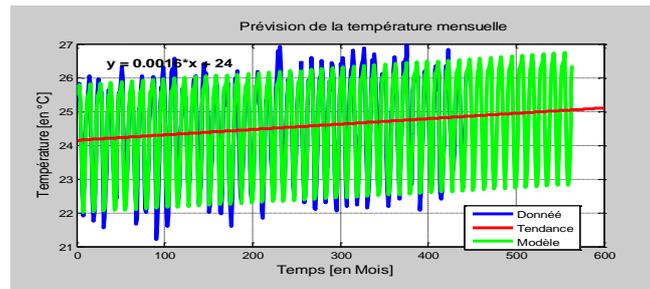


**Figure 8 :** Droite des températures moyenne mensuelles en fonction de l'écart-type

- *Courbe représentative de la prévision*

La courbe représentative de la prévision est donnée par la **Figure 9** suivante :

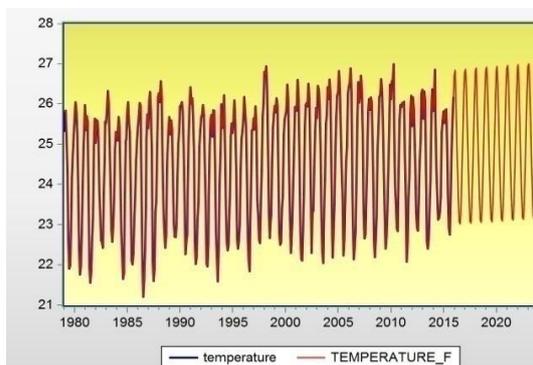
La courbe en bleue allant de 1979 à 2015 représente les données initiales de la température. La deuxième partie allant de 2016 à 2025 nous donne la prévision. La droite en rouge sur cette courbe représente la tendance de la température. Et en fin la courbe en vert est la représentation graphique du modèle de la méthode simple de décomposition multiplicative. D'après ce modèle nous remarquons que la tendance de la température mensuelle est à la hausse.



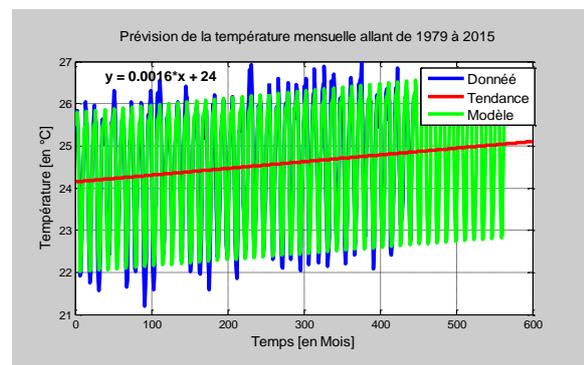
**Figure 9 :** Méthode simple de décomposition multiplicative de la température mensuelle durant 454 mois

### 3-3. Comparaison de deux modèles ARMA (1,1)(1,2) et la méthode simple de décomposition multiplicative pour la température mensuelle

Nous traçons ci-dessous deux figures côte à côte **Figure 10** et **Figure 11**. La **Figure 11** à droite représente les données initiales de la température (courbe en bleu) et celles prévues par la méthode simple de décomposition multiplicative (courbe en vert), et la droite de tendance (droite en rouge). Et celle de la **Figure 10** à gauche (couleur rouge) donne le modèle ARMA (1,1)(1,2). Nous remarquons que les deux courbes ont toutes deux une tendance à la hausse, mais la précision de l'ajustement des points extrêmes sur le modèle ARMA (1,1)(1,2) entre 1979 et 2015 est beaucoup mieux que la méthode « Simple de décomposition multiplicative ». Donc on peut conclure que le modèle ARMA est meilleur par rapport à la méthode simple de décomposition multiplicative.



**Figure 10 :** Courbe des données de la température moyenne mensuelle du modèle ARMA (1,1)(1,2)



**Figure 11 :** Courbes des données de la température moyenne mensuelle par la méthode simple de décomposition multiplicative avec une droite de tendance

#### 3-3-1. Modélisation de la moyenne mensuelle de la précipitation

La **Figure 12** représente le modèle ARMA (3,3) (2,1) de la précipitation mensuelle. Sur cette **Figure 12**, nous avons les valeurs de 20 modèles d'AIC différentes. Le logiciel Eviews nous donne la valeur minimale de 4,664 d'AIC convenable à notre modèle. Et l'équation du modèle ARMA (3,3) (2,1) est donnée par **l'Équation (15)**.

$$(1 + 0,468 * L + 0,089 * L^2 + 0,069 * L^3)(1 - L^{365}) X_t = (1 + 0,42 * L + 0,38 * L^2) \mathcal{E}_t \quad (15)$$

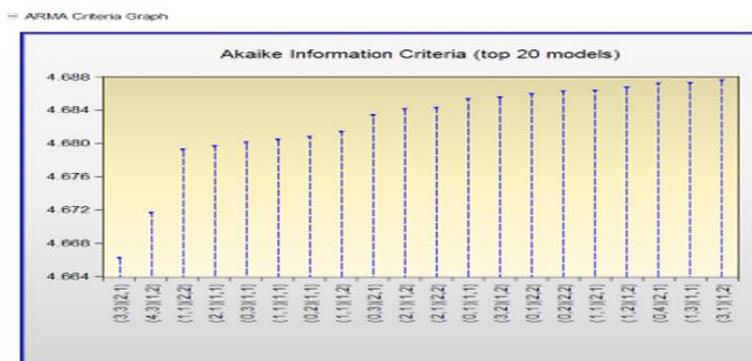


Figure 12 : Vingt modèles de AIC de la précipitation mensuelle

• Test de la variance

Nous avons trois tableaux à l'issue du modèle ARMA (3,3) (2,1) de la **Figure 12** précisant les étapes à suivre pour trouver un bon modèle dont la variance est constante (**Tableau 3, Tableau 4, Tableau 5**). Le **Tableau 3** nous donne les détails du modèle ARMA (3,3)(2,1) et les informations sur les données et les coefficients de corrélations, telles que la valeur de  $R = 0,84115$  qui explique l'existence d'une forte corrélation sur les données. Et ensuite la probabilité  $\text{Prob}(F\text{-statistique} = 0.0000) < 5\%$  nous montre aussi que la variable exogène est explicative de la variable endogène.

Tableau 3 : Caractéristiques des coefficients de la précipitation mensuelle par le modèle ARMA (3,3)(2,1)

Variable D(PRECIPITATION)				
Méthode : Least Squares				
Observation 444				
Modèle (3,3)(2,1)				
Variable	Coefficients	Ecart-types des coefficients	t-statistique	Prob
C	-0,003672	0,001297	-2,831689	0,0000
AR (1)	-0,467174	0,036768	-12,70590	0,0000
AR (2)	-0,912322	0,032859	-27,76478	0,0000
AR (3)	0,122269	0,032834	3,723829	0,0000
SAR (12)	0,959041	4,35E-05	22035,16	0,0000
SAR (24)	0,040947	0,002985	212,1655	0,0000
MA (1)	-0,411587	0,142042	-2,897643	0,0000
MA (2)	0,410526	0,086909	4,723649	0,0000
MA (3)	-0,998939	0,533259	-1,873273	0,0000
SMA (12)	-0,991006	0,066548	14,89154	0,0000
Coefficient de détermination (R <sup>2</sup> )		0,708772	Moyenne de la variable dépendante	-0,006585
Coefficient de détermination ajusté		0,702031	Ecart-type de la variable	4,294358
Ecart-type des résidus		2,344142	Critère d'Akaike	4,694733
Somme carré des résidus		2373,840	Critère de Schwarz	4,796379
Log vraisemblance		-1028,883	Critère de Hannan-Quinn	4,734821
F-statistique		105,1375	Statistique de Durbin-Watson	2,011369
Prob(F-statistique)		0,000000		

Le **Tableau 4** donne le test d'Hétéroscédasticité du modèle ARMA (3,3) (2,1) (test de la variance). Ce test montre que la variance n'est pas constante car les deux valeurs statistiques de la Probabilité :  $\text{Prob}(F\text{-Statistique}) = 0$  et  $\text{Prob}(\text{Obs} \cdot R\text{-Squared}) = 0$  sont tous nuls, donc ce modèle ARMA (3,3) (2,1) n'est pas raisonnable. Alors nous sommes obligés de chercher un autre modèle du type ARCH admettant de variance constante.

**Tableau 4 : Test de la variance du modèle ARMA (3,3) (2,1)**

F-Statistique	22,94882	Prob(F-Statistique)	0,0000
Obs*R-Squared	21,91037	Prob(Obs*R-Squared)	0,0000
Test Equation Method : Least Squares Observation : 442 après ajustements			
Variable	Coefficients	Ecart-types des coefficients	Probabilité
C	4,110392	0,666966	0,0000
RESID^2(-1)	0,222431	0,046432	0,0000
Coefficient de détermination (R2)			
	0,049571	Moyenne de la variable dépendante	5,292680
Coefficient de détermination ajusté			
	0,047411	Ecart-type de la variable dépendante	13,34710
Ecart-type des résidus de la régression			
	0,047411	Critère d'Akaike	7,976419
Somme carré des résidus			
	1539,841	Critère de Schwarz	7,994931
Log vraisemblance			
	-860,9243	Critère de Hannan-Quinn	7,983721
F-statistique			
	0,040623	Statistique de Durbin-Watson	1,985348
Prob(F-statistique)			
	0,000000		

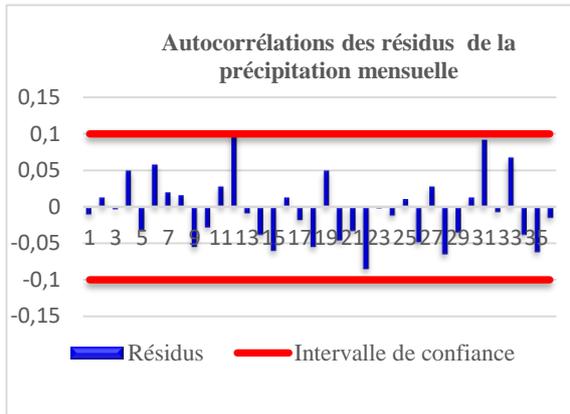
Après avoir comparé plusieurs modèles du type ARCH, le **Tableau 5** nous donne finalement un modèle convenable à notre variable donnant une variance constante car les deux valeurs de Probabilités : Prob (F-Statistique) = 0,8404 et Prob (Obs\*R-Squared) = 0.83399 sont différents de zéro. D'où le modèle « EGARCH (2,2) ».

**Tableau 5 : Test donnant la variance constante modèle EGARCH (2,2) par la méthode « GED » (Generalized error distribution)**

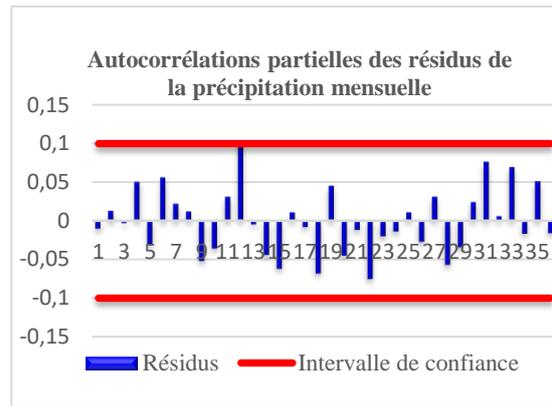
F-Statistique	0,040623	Prob (F-Statistique)	0,8404
Obs*R-Squared	0,040815	Prob Obs*R-Squared)	0,8399
Test Equation Variable dépendante : WGT_RESID^2 Méthode : Least Squares Observation : 415 Après ajustements			
Variable	Coefficient	Std Error)	Prob
C	1,051659	0,107809	0,0000
RESID^2(-1)	-0,009920	0,049220	0,8404
Coefficient de détermination (R2)			
	0,000098	Moyenne de la variable dépendante	1,041306
Ecart-type des résidus de la régression			
	1,930914	Critère d'Akaike	4,158671
Somme carré des résidus			
	1539,841	Critère de Schwarz	4,178085
Log vraisemblance			
	-860,9243	Critère de Hannan-Quinn	4,166348
F-statistique			
	0,040623	Statistique de Durbin-Watson	1,998750
Prob(F-statistique)			
	0,000000		

- **Test de résidus**

De plus, les autocorrélations (ACF) et autocorrélations partielles (PACF) des résidus associés sur les **Figures 13 et 14** vérifient les hypothèses des bruits blancs, car tous les pics se trouvent dans l'intervalle de confiance.



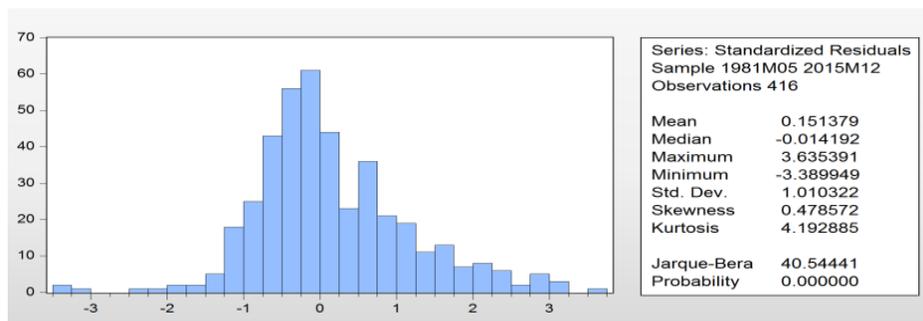
**Figure 13 :** Autocorrélations des résidus de la précipitation mensuelle pendant 444 mois



**Figure 14 :** Autocorrélations partielles des résidus de la précipitation mensuelle pendant 444 mois

• **Test de Normalité des résidus de la précipitation mensuelle**

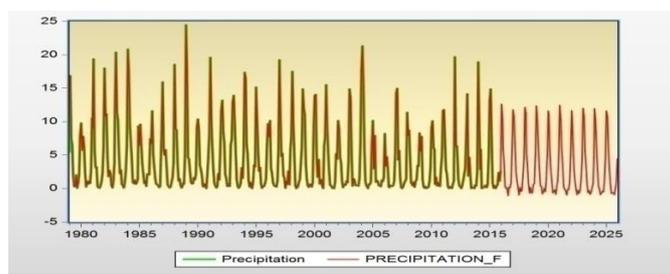
Le test de JB > 5%, donc elle n'est pas normale mais les résidus sont des bruits blancs d'après **Figure 13 et 14**, car tous les pics se trouvent dans l'intervalle de confiance.



**Figure 15 :** Normalité de la précipitation mensuelle de l'EGARCH (2,2)

**3-3-2. Prédiction**

La **Figure** suivante (**Figure 16**) représente la courbe de la prédiction de la précipitation mensuelle. Les données initiales sont marquées de 1979 à 2015 et la prédiction du modèle EGARCH (2,2) est colorée en rouge de 2016 à 2025.



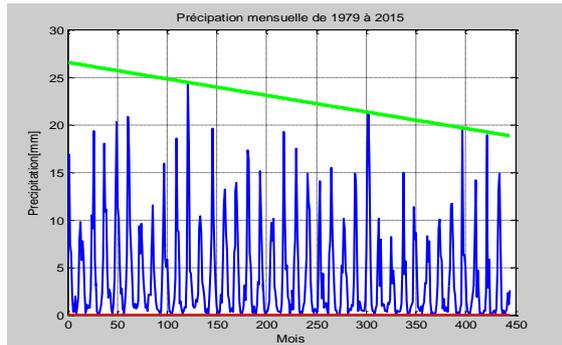
**Figure 16 :** Prédiction de la précipitation mensuelle par la méthode ARMA dont le modèle est EGARCH (2,2)

### 3-4. Méthode simple de décomposition multiplicative de la précipitation mensuelle

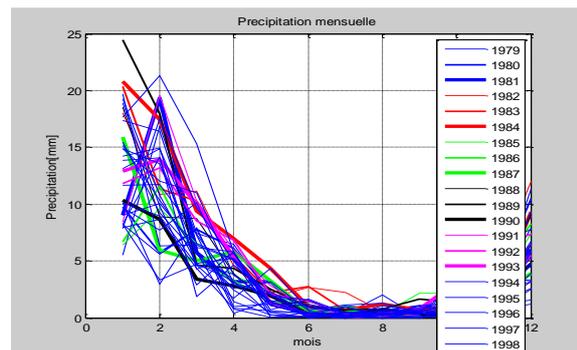
Nous allons faire la même procédure que précédemment en vérifiant les trois conditions :

Condition de la bande, Condition de profil, Condition Buys et Ballot.

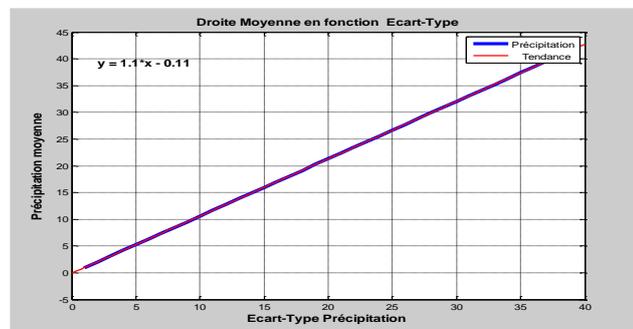
- La condition de la bande est vérifiée car les deux droites ne sont pas parallèles **Figure 17** à gauche.
- La condition de profil est vérifiée car la représentation graphique de la moyenne mensuelle de la précipitation n'est pas parallèle **Figure 18** à droite.
- La condition de Buys et Ballot aussi est vérifiée car le coefficient directeur de cette droite est différent de zéro **Figure 19**, donc la série est multiplicative.



**Figure 17 :** Courbe de la précipitation mensuelle encadrée par deux droites non parallèles montrant la condition de bande durant 444 mois allant de 1979 à 2015

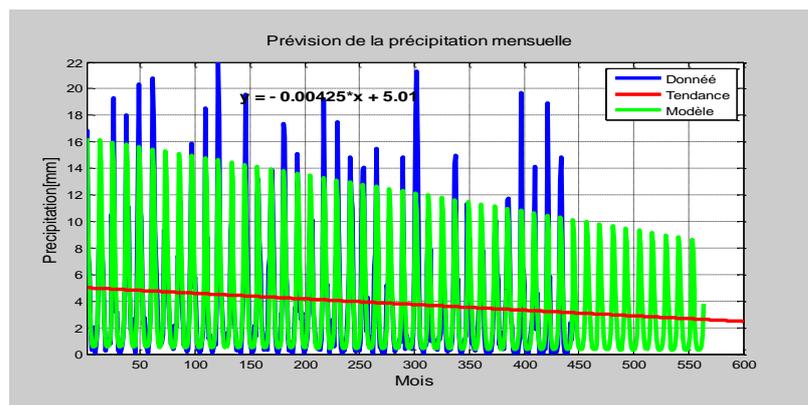


**Figure 18 :** Trente sept courbes de la précipitation mensuelle durant 444 mois allant de 1979 à 2015 montrant conditions de profil.



**Figure 19 :** Droite de la précipitation moyenne en fonction de l'écart-type satisfaisant la condition de Buys et Ballot pour le modèle multiplicatif.

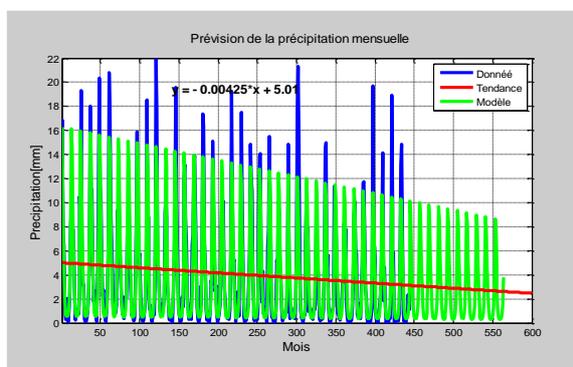
La courbe de la **Figure 20** représente la prévision de la précipitation mensuelle pendant 564 mois. La courbe en bleu marque les données des précipitations mensuelles initiales et celle en vert donne la prévision allant de 2016 à 2025, et ensuite nous avons aussi une droite de tendance colorée en rouge. La prévision du modèle a une tendance à la baisse ce qui nous permet de dire que la précipitation diminue au cours de cette période.



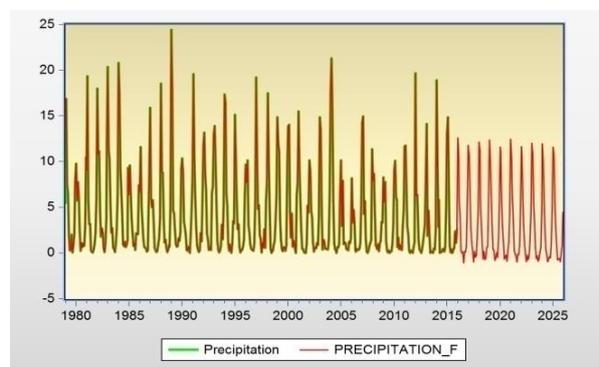
**Figure 20 :** Courbe de la prévision moyenne de la précipitation mensuelle pendant 564 mois par la méthode simple de décomposition multiplicative

### 3-5. Comparaison du modèle « EGARCH (2,2) » et la méthode « Simple de décomposition multiplicative » de la précipitation mensuelle

Les principaux avantages de la comparaison de ces deux méthodes sont : D'une part, aucun facteur pronostique de la discordance n'a été identifié et les deux méthodes allaient dans le même sens, par exemple, la tendance de deux courbes de la température et précipitations. D'autre part, cela permet aussi de comparer les deux séries chronologiques à l'aide de la courbe de prévision [38]. La **Figure 21** nous donne la méthode « Simple de décomposition multiplicative » et la **Figure 22** le modèle « EGARCH (2,2) ». Nous remarquons que les deux courbes ont toutes deux une tendance à la baisse, mais nous constatons que l'ajustement des points extrêmes sur le modèle « EGARCH (2,2) » est beaucoup mieux que sur la méthode « Simple de décomposition multiplicative ».



**Figure 21 :** Méthode simple de décomposition multiplicative



**Figure 22 :** Modèle « EGARCH (2,2) »

Ainsi, l'étude de comparaison de deux méthodes sur les deux variables climatique nous permet de choisir le meilleure modèle entre les deux approches.

## 4. Conclusion

Les deux méthodes présentées dans notre travail sont différentes, mais l'issue finale de la prédiction est presque la même. Les résultats montrent que la courbe de tendance de la température mensuelle est à la hausse et celle de la précipitation est à la baisse pendant la période de 564 mois. Nous remarquons aussi que la méthode ARMA nécessite plusieurs procédures avant de faire la prévision, telles que le choix des

paramètres  $(p, q)$  et  $(P, Q)$  correspondante à la valeur AIC minimale du modèle ARMA  $(p, q)$   $(P, Q)$  ainsi que les tests des résidus, la variance et la normalité. Mais pour la méthode simple de décomposition multiplicative, il suffit de vérifier les trois conditions : condition de bande, condition de profil et condition de Buys et Ballot. L'objectif de notre étude est de faire une comparaison entre les deux méthodes. A la fin de ce travail nous pouvons conclure que le modèle ARMA  $(1,1)(1,2)$  donne beaucoup plus de précision que la méthode simple de décomposition multiplicative, du fait de la coïncidence et l'ajustement des points des données initiales et celles du modèle sur la courbe de Prévision.

## Références

- [1] - ARTHUR CHARPENTIER, Introduction à la théorie des processus en temps discret Modèles ARIMA et méthode Box & Jenkins », Vol. 1, (2001)
- [2] - VIJAY KUMAR DIDAL, BRIJBHOOSHAN, ANITA TODAWAT and KAMLESH CHOUDHARY, « *Weather Forecasting in India* », Review Article <https://doi.org/10.20546/ijcmas.2017.611.070>, *Int. J. Curr. Microbiol. App. Sci*, 6 (11) (2017) 577 - 590
- [3] - J. J. DAUDIN, C. DUBY, S. ROBIN & P. TRE COURT, « *Analyse de Séries Chronologiques* », (INA-PG, Mathématiques), (1996)
- [4] - ROBERT NAU, « The mathematical structure of ARIMA models », Fugua School of Business, Duke University, (c) 2014 by all rights reserved. Last updated on (2014). Main web site: [people.duke.edu/~rnau/forecasting.htm](http://people.duke.edu/~rnau/forecasting.htm)
- [5] - ÉRIC DOR, « Économétrie », à l'IESEG School of Management (Lille), en février, (2004)
- [6] - FLORIAN IELPO, « Econométrie de la Finance », 24 février (2008)
- [7] - YOUSSEF HMAMOUCHE, « Prédiction des Séries Temporelles Larges », Prediction of Large, Thèse de Doctorat au, laboratoire d'informatique et des systèmes / UMR 7020 AIX-MARSEILLE UNIVERSITE, (2018)
- [8] - ANISSA TICHERAHINE, « Modélisation et exploration de données liées à la consommation ». Thèse de doctorat à l'Université de Haute Alsace, Discipline : Mathématiques appliquées et applications Institut de Recherche en Informatique, Mathématiques, Automatique et Signal (IRIMAS, EA 7499), (2021)
- [9] - DANIEL EILSTEIN, ALAIN LE TERTRE, ABDELKRIM ZEGHNOUN, SYLVIE CASSADOU, LAURENT FILLEUL, LAURENCE PASCAL, HELENE PROUVOST(2), CHRISTOPHE DECLERCQ, PHILIPPE SAVIUC, AGNES LEFRANC, CATHERINE NUNES, BENOIT CHARDON, JEAN-FRANÇOIS JUSOT, MYRIAM D'HELFF, PASCAL FABRE, SYLVIA MEDINA, PHILIPPE QUENEL, « Séries temporelles et modèles de régression, Application à l'analyse des associations à court terme entre la pollution atmosphérique et la santé, Institut de veille sanitaire. Département santé-environnement », Institut de veille sanitaire, France, (2004)
- [10] - VINCENT LEFIEUX, « Humanités et Sciences de l'Homme, Modèles semi-paramétriques appliqués à la prévision des séries temporelles », Thèse de Doctorat, Discipline : Statistiques, UNIVERSITÉ RENNES 2 – HAUTE BRETAGNE, (2007)
- [11] - YVES TILLE, « Résumé du Cours de statistique Descriptive », 15 Décembre (2010) 27 p. et 127 - 145 p.
- [12] - O. ROUSTANT, « Introduction aux séries chronologiques, Axe méthodes statistiques et applications » Novembre, (2008)
- [13] - GUY MELARD, « Initiation à l'analyse des séries temporelles et à la prévision », *Revue MODULAD*, ECARES CP114 et Institut de Recherche en Statistique, Université Libre de Bruxelles, N° 35 (2006)
- [14] - G. E. P. BOX et G. M. JENKINS, « Time Series Analysis Forecasting and Control », Holden-Day, San Francisco (édition révisée), (1976)
- [15] - C. GOURIEROUX et A. MONFORT, « Séries temporelles et modèles dynamiques », *Economica*, Paris, (1990)
- [16] - DOMINIQUE LADIRAY, BENOIT QUENNEVILLE, « DÉSAISONNALISER AVEC LA MÉTHODE X-11 », (2000)

- [17] - MINGDA ZHANG, « Time Series : Autoregressive models AR, MA, ARMA, ARIMA », University of Pittsburgh, October 23, (2018)
- [18] - EBENEZER AFRIFA-YAMOA, « Application of ARIMA Models in Forecasting Monthly Average Surface Temperature of Brong Ahafo Region of Ghana ». *International Journal of Statistics and Applications*, 5 (5) (2015) 237 - 246. DOI: 10.5923/j.statistics.20150505.08
- [19] - L. VIZI, H. TOMAS, P. FARDA, P. ŠTEPANEK, P. SKALAK and SITKOVA, « Geostatistical modelling of high resolution climate change scenario data », *Journal of the Hungarian, Meteorological Service*, 115 (1-2) (2011) 71 - 85
- [20] - CHAIDO DRITSAKI, DIMITRIOS NIKLISI, PAVLOS STAMATIOU, « Oil Consumption Forecasting using ARIMA Models : An Empirical Study for Greece » *International Journal of Energy Economics and Policy*, 11 (4) (2021) 214 - 224
- [21] - FLORIN AVRAM, « *Séries temporelles : régression, et modélisation ARIMA (p,d,q)* », ( 2012)
- [22] - A. MORINEAU, A.-E. SAMMARTINO, M. GETTLER-SUMMA, C. PARDOUX, « Analyses des données et modélisation des séries temporelles. Application à la prévision des ventes de périodiques ». *Revue de statistique appliquée*, tome 42, 4 (1994) 61 - 81
- [23] - JEAN-MICHEL ZAKOIAN, « Modèles GARCH et à volatilité stochastique », Université de Montréal - Université Lille 3 & CREST., 12 mars (2007)
- [24] - EL GRINY BOUCHAIB, KOUAIBA GHIZLANE, IMEGRI MERIEM, EL QALLI YASSINE4 and DRISS MENTAGUI, « Les modèles ARCH et GARCH : Application au CAC40 », *International Journal of Mathematics and Engineering*, Vol. 8, 5, Issue 3 (2017) 36 - 51 p.
- [25] - O. A. LUCERO, RODRIGUEZ, « Spatial organization in Europe of decadal and interdecadal fluctuations in annual rainfall ». *International Journal of Climatology*, N. C., 22, (2002) 805 - 820
- [26] - EZZEBSA ABDELALI, « Modélisation des Marchés Financiers et Krachs Boursiers », Thèse de Doctorat en Mathématique, option : Probabilité et Statistique, Université Badji Mokhtar, Annaba, (2014)
- [27] - NISHA THAKUR, SANJEEV KARMAKAR, SUNITA SONI, « Rainfall Forecasting Using Various Artificial Neural Network Techniques », *Int. J. Sci. Res. Comput. Sci. Eng. Inf. Technol.*, 7 (3) (2021) 506 - 526
- [28] - O. A. LUCERO, RODRIGUEZ, « Spatial organization in Europe of decadal and interdecadal fluctuations in annual rainfall ». *International Journal of Climatology*, N. C., 22, ( 2002) 805 - 820
- [29] - REGIS BOURBONNAIS, « *Econométrie, Cours et exercices corrigés* » (9<sup>ème</sup> édition), Dunod, 5 rue Laromiguière, 75005 Paris, [www.dunod.com](http://www.dunod.com), ISBN 978-2-10-072151-1, (2015),
- [30] - ARNAUD ROUSSELLE, GEA, « *Séries chronologique*, (2016)
- [31] - A. GODICHON-BAGGIONI, « Analyse descriptive des Séries Chronologiques, INSA - GM4 - Cours de Statistiques », (2017 - 2018)
- [32] - BERNARD GOLDFARB CATHERINE PARDOUX DUNOD, « Introduction la méthode statistique (méthode additive et multiplicative) », 6<sup>ème</sup> édition, Paris, (2011)
- [33] - OLIVIER DARNÉ, « Les méthodes et logiciels de dessaisonnalisation des séries économiques » : *une revue de la littérature Journal de la société française de statistique*, tome 145, N° 4 (2004) 79 - 102 p.
- [34] - RATSIMAVO JACQUES CHRYSOLOGUE, « Impact de L'I.O.D et de L'ENSO sur la Prévision de la Sécheresse et de la canicule dans la partie sud de Madagascar », Thèse de Doctorat, Université de Tuléar, Madagascar, (2018)
- [35] - MD. SIRAJ-UD-DOULAH, « Time Series Forecasting: A Comparative Study of VAR ANN and SVM Models », *Journal of Statistical and Econometric Methods*, Vol. 8, N°3 (2019) 21 - 34, ISSN: 2241-0384 (print), 2241-0376 (online)
- [36] - ARTHUR CHARPENTIER, « Modèles linéaires multivariés : VAR et Cointégration introduction aux modèles Arch et Garch introduction à la notion de mémoire longue », Vol. 2, (2003)
- [37] - REGIS BOURBONNAIS, MICHEL TERRAZA, « Analyse des série temporelles en économie », (1998)
- [38] - V. MONBET, « Modélisation des séries temporelles », (2017)