

## **Modélisation géostatistique de la relation Hauteur / Surface des lacs du Sud-Ouest du Niger : cas du lac Bangou kirey**

**Maman Aminou AMADOU ABDOU<sup>1\*</sup>, Ibrahim SIDI ZAKARI<sup>2</sup>, Amadou ABDOURHAMANE TOURE<sup>1</sup> et Zibo GARBA<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> *Université Abdou Moumouni de Niamey, Faculté des Sciences et Techniques, Département de Géologie, Laboratoire Eaux Souterraines et Georessources, BP 10662, Niamey, Niger*

<sup>2</sup> *Université Abdou Moumouni de Niamey, Faculté des Sciences et Techniques, Département de Mathématiques et Informatique, Laboratoire de Mathématiques et Applications, BP 10662, Niamey, Niger*

---

\* Correspondance, courriel : [matteaminou@yahoo.com](mailto:matteaminou@yahoo.com)

### **Résumé**

La modélisation des ressources en eau dans les bassins versants peu instrumentés est toujours identifiée comme l'un des principaux défis en hydrologie de surface. Dans ce contexte, le modèle de la relation Hauteur/Surface que nous avons élaboré par régression linéaire montre une certaine adéquation entre les données issues de l'échosondage et les données simulées. De plus, la méthode des levés bathymétriques par échosondage est une avancée notoire dans la finesse et la précision des mesures. Mieux encore, la méthode géostatistique d'interpolation par krigeage avec le logiciel Arc GIS a permis la polygonisation des isobathes et le calcul de leurs surfaces. Dans la pratique, il suffit simplement d'ajuster en premier les surfaces observées en fonction des altitudes pour obtenir l'équation de régression linéaire ; ensuite à partir de cette dernière, on détermine les surfaces calculées. Enfin ces surfaces calculées sont ajustées aux surfaces évaluées avec le logiciel GeoGebra. Ce sont ces surfaces ajustées qui sont utilisées dans l'établissement du bilan hydrique du lac Bangou Kirey. Enfin, un des points marquants du présent travail est la modélisation prévisionnelle des surfaces en fonction de l'évolution des profondeurs du lac. En effet, l'accumulation continue des données permettra de préciser progressivement la bathymétrie du lac par d'autres campagnes de mesure de profondeurs sur le terrain et sur la couverture cartographique.

**Mots-clés :** *Lac Bangou kirey, Niger, Hauteur / Surface, krigeage, régression linéaire.*

### **Abstract**

**Geo statistical modelling of the Height / Surface relationship of lakes in South-Western Niger : Bangou kirey lake case study**

The modeling of water resources in poorly instrumented watersheds is still identified as one of the main challenges in surface hydrology. In this context, the model of the Height / Area relationship curve that we developed by linear regression shows a certain adequacy between the data from the echosounding and the simulated data. In addition, the bathymetric echo sounding survey method is a notable advance in the finesse and precision of measurements. Better still, the geostatistical method of interpolation by kriging with the Arc GIS software allowed the polygonization of isobaths and the calculation of their surfaces. In practice, it suffices

to first adjust the observed surfaces as a function of the altitudes to obtain the linear regression equation; then from the latter, the calculated surfaces are determined. Finally, these calculated surfaces are fitted to the evaluated surfaces using GeoGebra software. It is these adjusted surfaces that are used in establishing the water balance of Lake Bangou Kirey. Finally, one of the highlights of this present work is the predictive modeling of surfaces according to changes in the depths of the lake. In fact, the continual accumulation of data will make it possible to gradually specify the bathymetric curve of the lake by other campaigns of depth measurements in the field and on the cartographic coverage.

**Keywords :** *Bangou kirey lake, Niger, height / Surface-krigeage, linear regression.*

## 1. Introduction

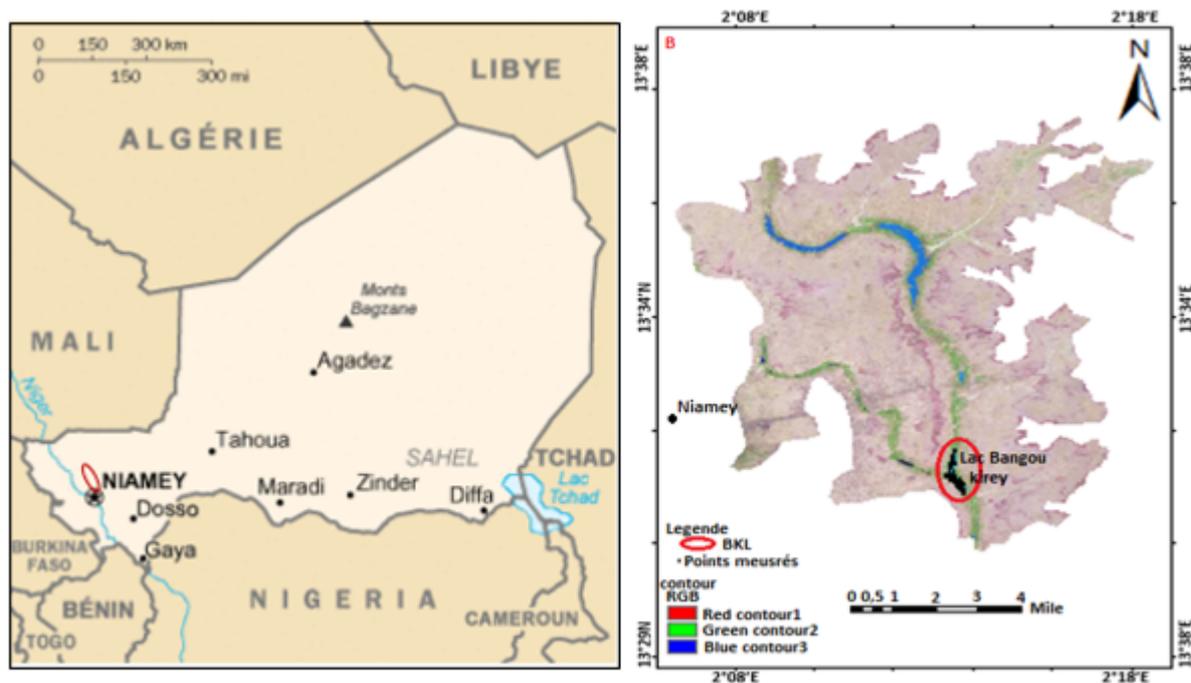
Le Niger, tout comme le reste du Sahel, est impacté par des sécheresses chroniques depuis le début des années 1970 [1, 2]. En effet, le Sahel est passé d'une période humide (de 1930 à 1969) à une phase sèche (de 1970 à 2000) marquée par des sécheresses récurrentes, une baisse des pluies de 20 % voire 40 % et un retrait des isohyètes sur près de 200 km vers le sud [3, 4]. Les sécheresses qui ont été particulièrement sévères entre 1970 et 1989 ont entraîné d'importants changements environnementaux [5, 6]. Au Sud-ouest du Niger par exemple, les changements environnementaux dus à l'expansion des terres de cultures combinés aux sécheresses ont induit une augmentation considérable du ruissellement et une hausse du niveau de la nappe phréatique d'environ 4 m entre 1963 et 2007 [7, 8]. Il a résulté la formation de plusieurs lacs dans les vallées fossilisées dont ceux de la zone de Saga Gourou à l'est de Niamey [9]. Les lacs continentaux procurent des services socio-économiques dont entre autres l'alimentation domestique, les produits de la pêche et du maraîchage. Les activités agricoles autour des plans d'eau, par exemple, constitue une voie de résorption du récurrent déficit agricole dans la région de Niamey. La pratique agricole dominante est le maraîchage qui se fait par irrigation au niveau du lit des lacs avec diverses techniques dont certaines sont consommatrices d'eau. Cette irrigation combinée aux effets de baisse des précipitations et d'intense reprise évaporatoire mettent parfois à mal la disponibilité de ces eaux combien importantes pour l'équilibre Eco systémique. La maîtrise des eaux est une nécessité qui passe par les caractérisations de la ressource eau et des bassins versants des lacs. Ainsi, des mesures par sondage des profondeurs des lacs permettront de collecter des données bathymétriques géoréférencées. Ces données pourront être traitées dans le cadre de différentes applications, telles que la réalisation des cartes isobathes, et la détermination de la relation entre la hauteur et la surface des plans d'eaux du lac. L'objectif de ce travail a donc été de modéliser la dynamique de la superficie des lacs en relation avec la hauteur de leurs tranches d'eau. Il s'est agi spécifiquement de : i) trouver une relation mathématique reliant les différentes surfaces simulées par la méthode d'interpolation avec les hauteurs du niveau d'eau dans le lac ; ii) proposer des modèles pertinents répondant aux critères d'ajustement à travers l'analyse des paramètres, tests statistiques et calculs probabilistes. Ce modèle doit exprimer au mieux l'évolution des superficies et des volumes des plans d'eau en vue de prédire les comportements hydrologiques des bassins versants, en fonction de niveaux d'eaux dans les lacs pour une meilleure gestion de la ressource eau.

## 2. Matériel et méthodes

### 2-1. Site d'étude

Le lac de Bangou kirey (N 13, 685° - N 13,435°) et (E 2,12° - E 2,30°) se trouve dans le kori de Ouallam, un affluent fossile du fleuve Niger. Au sein de ce grand kori, les lacs sont en chapelet sur un axe globalement Nord-sud. Le lac de Bangou Kirey qui constitue l'exutoire du kori de Ouallam couvre une superficie de 678 694 m<sup>2</sup>

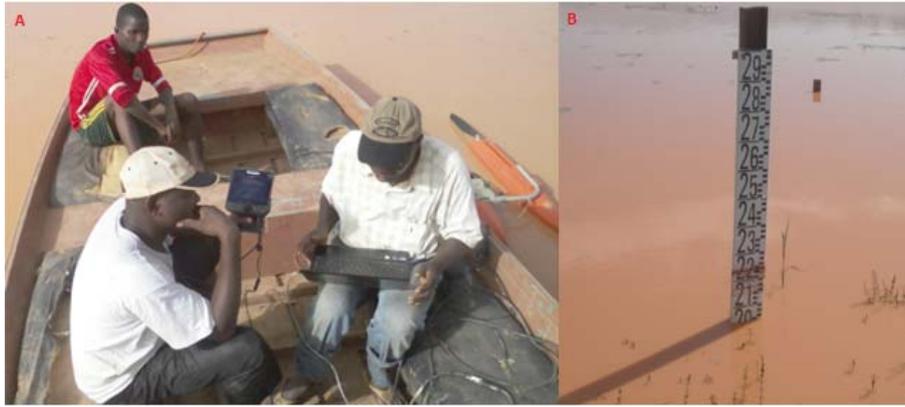
pour un périmètre de 1346 m et une profondeur maximale de 6,10 m (**Figure 1**). Bangou Kirey est devenu permanent depuis le début des années soixante suite à la remontée de la nappe phréatique observée dans les régions de Niamey [10]. Le bassin versant de Bangou Kirey supporte des cultures pluviales de mil tandis que les rives sont de plus en plus occupées par des cultures de rente (moringa, piment vert, chaux, mangues, etc.) et des zones boisées d'eucalyptus pour l'exploitation du bois. La géologie dans le bassin versant est dominée par des dépôts sableux du Quaternaire, des grès du continental terminal (CT) d'âge Tertiaire qui repose en discordance sur le socle birimien du Liptako. Le climat, typiquement sahélien est dominé par 2 vents : l'harmattan, venant du Nord-Est et qui souffle entre novembre et mars ; et la mousson venant du Sud-Ouest chargé d'humidité qui souffle entre mai et septembre [6]. La pluviosité moyenne annuelle mesurée à Niamey depuis 1905 est de 525 mm [7].



**Figure 1** : A : localisation géographique (cercle rouge), B : points échosondés du lac Bangou kirey (encerclé en rouge)

## 2-2. Mesures de la bathymétrie et de la cote des eaux de Bangou kirey

Le matériel utilisé est l'échosondeur hydrographique (Dragon Fly Raymarine Sonar/GPS with downvision) de précision centimétrique. Cet appareil muni d'un GPS mesure simultanément la profondeur du lac et les coordonnées (longitude, latitudes et altitudes) des points de mesure (**Photo 1A**). Il est placé à bord d'un petit bateau, et les mesures sont effectuées selon suivant plusieurs transects (profils en long et en travers) le long de la surface des eaux du lac Bangou Kirey. Les mesures bathymétriques ont été réalisées à deux reprises pendant la période de basses eaux (10 mai 2018) et celle de moyennes eaux (05 février 2019). La cote des eaux du lac Bangou Kirey est mesurée deux fois par jour avec 4 échelles limnimétriques (**Photo 1B**). Elle a servi à contrôler la précision des mesures de l'échosondeur.



**Photo 1 :** *A : Operations d'échosondage dans le lac Bangou kirey, B : échelle limnimétrique installée à Bangou kirey*

Les données bathymétriques acquises par l'échosondeur sont un ensemble de sommets de coordonnées X (longitude), Y (latitude) et Z (profondeur). Ces données ont été traitées dans Excel, où a été déterminée la cote du fond (par rapport à une altitude de référence de 100 m). La cote du fond est calculée par la **Formule** :

$$C = A(m) - P(m) \quad (1)$$

*C : cote du fond ; A : altitude ; et P : profondeur des eaux du lac.*

Les variations de l'élévation du fond ont permis la réalisation des cartes bathymétriques sous le logiciel Arc GIS 10.3. Les surfaces élémentaires isobathymétriques déterminées ont, elles, servi de base à la modélisation mathématique et géostatistique en vue de lier la hauteur d'eau à la surface.

### **2-3. Modélisation de la relation hauteur/surface des eaux de Bangou kirey**

Les étapes du modèle sont les suivantes : la modélisation, l'estimation des paramètres du modèle et enfin les différents tests statistiques et calculs probabilistes en vue de la validation des modèles. Dans le cadre de ce travail, nous utilisons le logiciel GeoGebra (GeoGebra Classic 5) et Excel. L'estimation des paramètres du modèle est faite par la méthode des moindres carrés ordinaires. Cette méthode propose d'ajuster le nuage de points par une droite unique, appelée droite de régression d'équation  $y = b + a x + \epsilon$ . Elle a pour principe de déterminer au mieux une droite qui minimise l'erreur  $\epsilon$ . Ainsi, plus cette mesure est petite, plus la droite de régression est proche de tous les points du nuage, meilleur est l'ajustement [11].

#### **2-3-1. Hypothèses et validation du modèle**

Nous supposons que la variable Y (Surfaces); est expliquée de manière linéaire par la variable X (altitude) à travers le modèle de régression  $Y = b + aX + \epsilon$ . Les paramètres statistiques du modèle sont estimés grâce aux données des surfaces. La vérification des hypothèses liées à l'application de la régression linéaire est un préalable pour l'inférence statistique ; dans le cas contraire, toutes les décisions issues de ces tests n'ont plus de légitimité [12]. Ainsi, l'examen des résidus constitue une étape primordiale dans la validation du modèle de régression linéaire. Dans la pratique l'homoscédasticité, l'indépendance des résidus, la linéarité du modèle sont évalués par des graphiques des résidus. La normalité est étudiée par le graphique des quantiles de la loi normale, et par la courbe normale de Gauss. Le coefficient de détermination  $R^2$  et le coefficient de corrélation linéaire  $\rho$  permettent d'avoir une idée globale de la qualité de l'ajustement. Ils sont très souvent accompagnés par des tests de significativité de la liaison linéaire dont le plus couramment utilisé est celui de Bravais Pearson.

### 2-3-1-1. Analyse de la variance

L'analyse de la variance est une technique très utilisée, elle intervient toutes les fois où l'on étudie l'influence de plusieurs facteurs sur une caractéristique, notamment lors de l'exploitation des plans d'expérience [13]. Beaucoup de tests comme ceux de Fischer-Snedecor, le test T de différences des moyennes et celui d'intervalle de confiance de la moyenne sont le plus couramment utilisés.

### 2-3-1-2. Intervalles de prédiction

Le régime des cours d'eau du lac Bangou kirey fluctuant d'une saison à une autre (dépendant en grande partie de la précipitation), un des buts de cette modélisation est de proposer des prédictions pour la variable Y à expliquer. Ainsi, la profondeur maximale mesurée pendant les hautes eaux de la saison 2017, est d'un peu plus de six mètres. En raisonnant avec le même intervalle, on se retrouve avec trois valeurs (95, 95,5 et 96) qui ne sont pas prises en compte par le premier modèle, car n'ayant pas été mesurées par l'échosondeur. Les surfaces évaluées prédites (Sevalp) sont déterminées par la fonction « Evaluer » de GeoGebra et les surfaces calculées prédites (Scalp) sont obtenues à partir de l'équation de la droite de régression. Nous pouvons prédire la valeur correspondante grâce au modèle estimé.

$$\hat{y}^p_{n+1} = \hat{b}_1 + \hat{a}_1 x_{n+1} \quad (2)$$

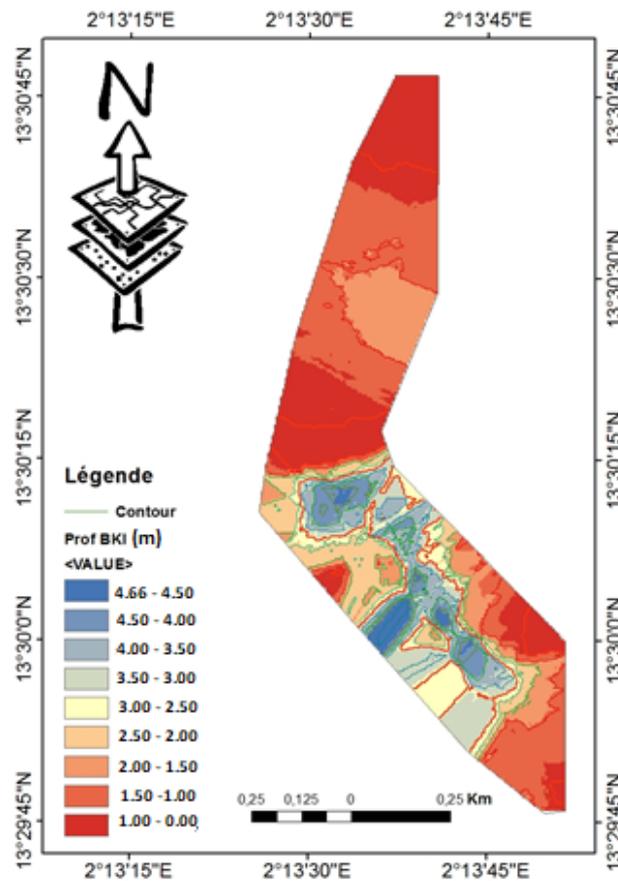
$\hat{y}^p_{n+1}$  : Surfaces prédites,  $x_{n+1}$  : altitudes prédites de rang  $n+1$ , et  $\hat{b}_1, \hat{a}_1$  : paramètres du modèle prédits.

Les surfaces prédites obtenues à partir de  $(n + 1)$  èmes valeurs d'altitudes seraient différentes des surfaces ajustées notées  $\hat{y}_i$ , qui font intervenir la  $i$  ème valeur d'altitudes. Deux conditions nécessaires doivent être prises en compte ; la première est relative à la connaissance de l'erreur  $\epsilon_{n+1}$  et la seconde est relative à l'estimation des nouveaux paramètres d'ajustement. La validité de prédictions dépendra des nouveaux paramètres comparativement aux paramètres du premier modèle.

## 3. Résultats et discussion

### 3-1. Carte bathymétrique et calcul des surfaces

L'examen de la carte bathymétrique montre que les zones de grande profondeur sont situées au milieu et à la périphérie nord du lac, les pourtours du lac représentent les zones de faible profondeur (**Figure 2**). D'un point de vue de la géomorphologie des fonds, la carte bathymétrique du lac Bangou kirey (**Figure 2**) montre un lac divisé en deux cuvettes (nord et sud), séparées par un cône alluvial au droit d'une ravine principale très active. C'est dans la cuvette sud, la plus profonde toujours en eau que sont localisées les profondeurs maximales, tandis que les faibles profondeurs sont situées dans la partie nord constituant la partie amont du lac. En relation avec le sens du courant d'eau nord-sud, cette partie amont s'assèche pendant la basse eau. Cela se remarque sur la carte par un resserrement des isobathes dans la partie centrale où l' isobathe maximale est comprise entre 4,50 m et 4,66 m. La localisation des grandes profondeurs au niveau du flanc ouest s'explique par une pente topographique de plus en plus forte autour du rivage se situant autour de 6 %. La conséquence est que des gros blocs cèdent par défaut gravitaire vers le fond, créant une zone de forte profondeur.



**Figure 2 :** Carte bathymétrique du lac Bangou kirey

Le **Tableau 1** résume le résultat des calculs des différentes surfaces. Il est à noter que les surfaces élémentaires sont calculées entre des intervalles d'altitudes constants. Trois types des surfaces sont traités : il s'agit de surfaces observées (Sobs) obtenues par krigeage, de surfaces évaluées (Seval) obtenues à partir de la fonction « Evaluer » du logiciel GeoGebra, et de surfaces calculées (Scal) obtenues à partir de l'équation de la droite de régression linéaire du modèle d'ajustement. Ce sont ces surfaces qui serviront de base pour la modélisation géostatistique en vue de trouver une relation mathématique qui lie la hauteur à la surface qui est un paramètre important dans le calcul du bilan.

**Tableau 1 :** Surfaces

Altitude (m)	Sobs (m2)	Scal (m2)	Seval (m2)
95,34	0	-73256,68	-73257,11
95,5	2460,41	-54634,11	-54634,54
96	14623,54	3561,41	3560,98
96,5	36855,18	61756,93	61756,50
97	72657,95	119952,45	119952,01
97,5	123869,37	178147,97	178147,53
98	163152,37	236343,49	236343,05
98,5	211416,34	294539,01	294538,57
99	301006,66	352734,53	352734,09
99,5	500867	410930,05	410929,60
100	572286,98	469125,57	469125,12
Sobs : Surface mesurée, Scal : surface calculée, Seval : surface évaluée			

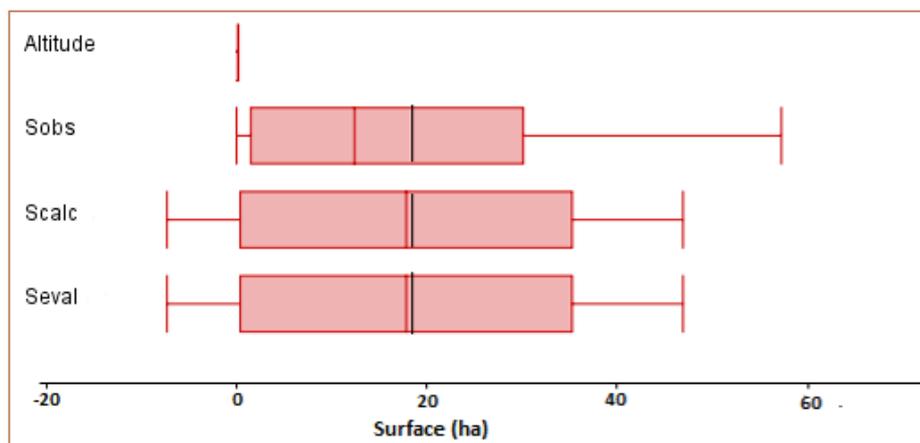
**3-1-1. Distribution statistique des données**

En examinant les données des paramètres statistiques (**Tableau 2**), on pourrait faire le commentaire suivant : les moyennes sont sensiblement les mêmes pour toutes les surfaces. Mais les grandes différences se trouvent au niveau des variances où la plus grande dispersion des données est observée au niveau de Sobs. Cependant, les dispersions sont les mêmes au niveau de Scal et Seval.

**Tableau 2 : Paramètres statistiques des données**

Données	n	Moyenne	$\sigma$	s	Min	Q1	Médiane	Q3	Max
Altitude (m)	11	97,53	1,54	1,61	95,34	96	97,5	99	100
Sobs (m2)	11	181745,07	190491,64	199789,32	0	14623,54	123869,37	301006,66	572286,98
Scal (m2)	11	181745,51	178614,11	187332,06	-73256,68	3561,41	178147,97	352734,53	469125,57
Seval (m2)	11	181745,07	178614,10	187332,05	-73257,11	3560,98	178147,532	352734,09	469125,12

De même, d'après les boîtes à moustaches (**Figure 3**), on peut remarquer que 25 % des données sont inférieures ou égales à 3561,41 m<sup>2</sup> et 3560,98 m<sup>2</sup> contre 75 % qui sont inférieures ou égales à 352734,53 m<sup>2</sup> et 352734,09 m<sup>2</sup> et respectivement pour Scal et Seval. La différence entre les moyennes est plus importante au niveau de Sobs qu'au niveau de Scal et Seval. On constate que les Q1 des Scal et Seval sont nettement inférieurs à celui de Sobs, par contre le Q3 de Sobs est inférieur à celui de Scal et Seval (**Tableau 2 et Figure 3**). Les différences entre la moyenne et la médiane sont assez levées de l'ordre de 57875,7, 3597,54 et 3597,53 m<sup>2</sup> respectivement pour Sobs, Scal et Seval (**Figure 3**). En conséquence, les surfaces observées sont plus petites que celles des deux autres surfaces. Les coefficients d'asymétrie sont de 0,63, 0,27 et 0,09 respectivement entre Sobs/Scal, entre Sobs/Seval et entre Scal/Seval. On remarque que l'asymétrie entre Sobs/Seval est plus faible que celle d'entre Sobs/Scal, mais elle est d'autant plus faible entre Scal et Seval, traduisant du coup une certaine symétrie des données (**Figure 7**).



**Figure 3 : Distribution des paramètres statistiques (en rouge la médiane et en noir la moyenne)**

**3-2. Ajustements des surfaces**

**3-2-1. Premiers ajustements**

Le premier ajustement a consisté à ajuster les altitudes aux surfaces observées (Alt/Sobs), puis les altitudes aux surfaces évaluées (Alt/Seval) et enfin les altitudes aux surfaces calculées (Alt/Scal). Les résultats des équations des d'ajustements sont les suivantes (**Figure 4**):

$$Y(\text{Sobs}) = 116391,04x(\text{Alt}) - 11169978,43 \quad (3)$$

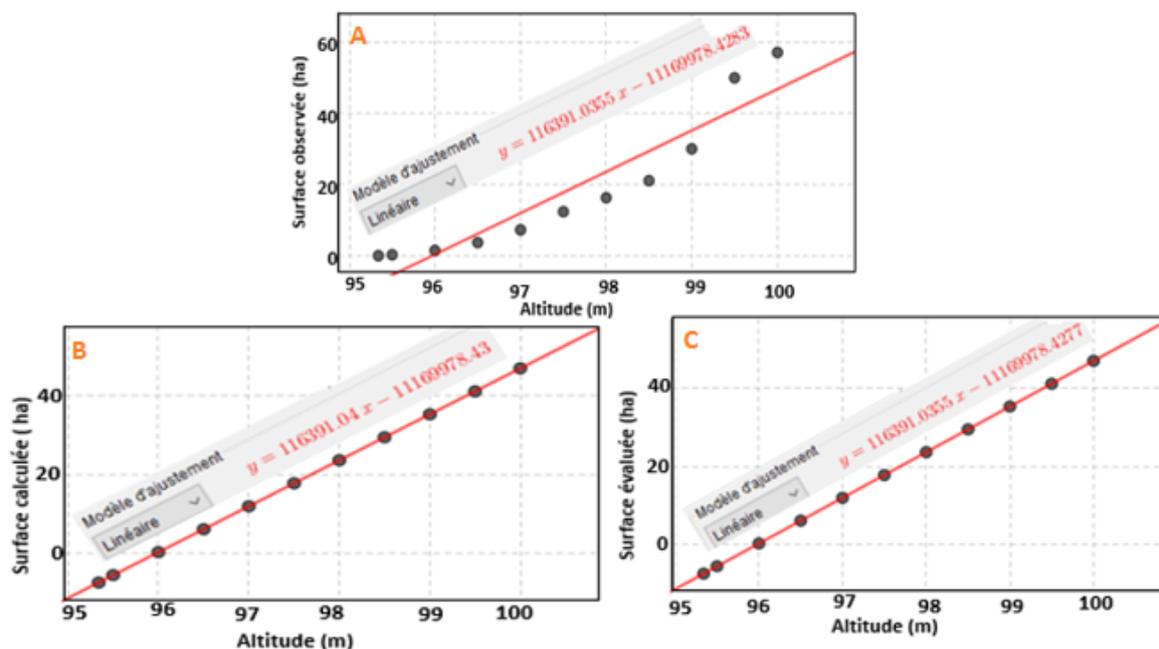
$$Y(\text{Scal}) = 116391,04x(\text{Alt}) - 11169978,43 \quad (4)$$

$$Y(\text{Seval}) = 116391,04x(\text{Alt}) - 11169978,43 \quad (5)$$

En comparant les 3 graphes des ajustements (**Figure 4**), on remarque qu'il n'y a une nette amélioration de la linéarité au niveau des ajustements entre altitudes et surfaces évaluées d'une part et d'autre part entre altitudes et surfaces calculées avec des coefficients de déterminations ( $R^2$ ) qui passent de 0,88 à 1. Les équations des droites de régression sont pratiquement les mêmes. Mais les différences se trouvent au niveau des paramètres statistiques (**Tableau 3**). La covariance d'entre Alt/Scal relativement plus élevée que celle d'entre Alt/Seval signifiant une liaison plus forte [14]. Par contre, c'est la moyenne de Seval qui s'approche beaucoup plus de celle de Sobs, ce qui permet de la considérer comme référence pour l'ajuster à Scal.

**Tableau 3 : Paramètres statistiques du premier ajustement**

Ajustements	Moyenne	s	r	$\rho$	nVar	nCov	R2	SCE
Altitude (m)	97,5309	1,6095	0,94	1	25,9051	3015120,36	0,88	4,8225E + 10
Sobs (m2)	181745,0727	199789,322			3,9916E + 11			
Altitude (m)	97,5309	1,6095	1	1	25,9051	3015120,36	1	0
Seval (m2)	181745,0727	3,5093E + 11			3015120,36			
Altitude (m)	97,5309	1,6095	1	1	25,9051	3015120,47	1	0
Scal (m2)	181745,5112	187332,06			3,5093E + 11			



**Figure 4 : Ajustements des altitudes avec les surfaces (Alt/Sobs, Alt/Scal et Alt/Seval)**

La différence des grandeurs d'unités entre Altitudes et surfaces fait que la comparaison entre leurs variances ne peut être objective et significative. A titre illustratif, les variances de surfaces centuplent celle des altitudes (**Tableau 3**). Il faudrait donc trouver une transformation permettant de comparer objectivement les paramètres statistiques de l'ajustement. C'est ainsi, que les différentes surfaces issues des premiers ajustements (Scal et Seval) sont ajustées entre elles, ensuite avec les surfaces observées.

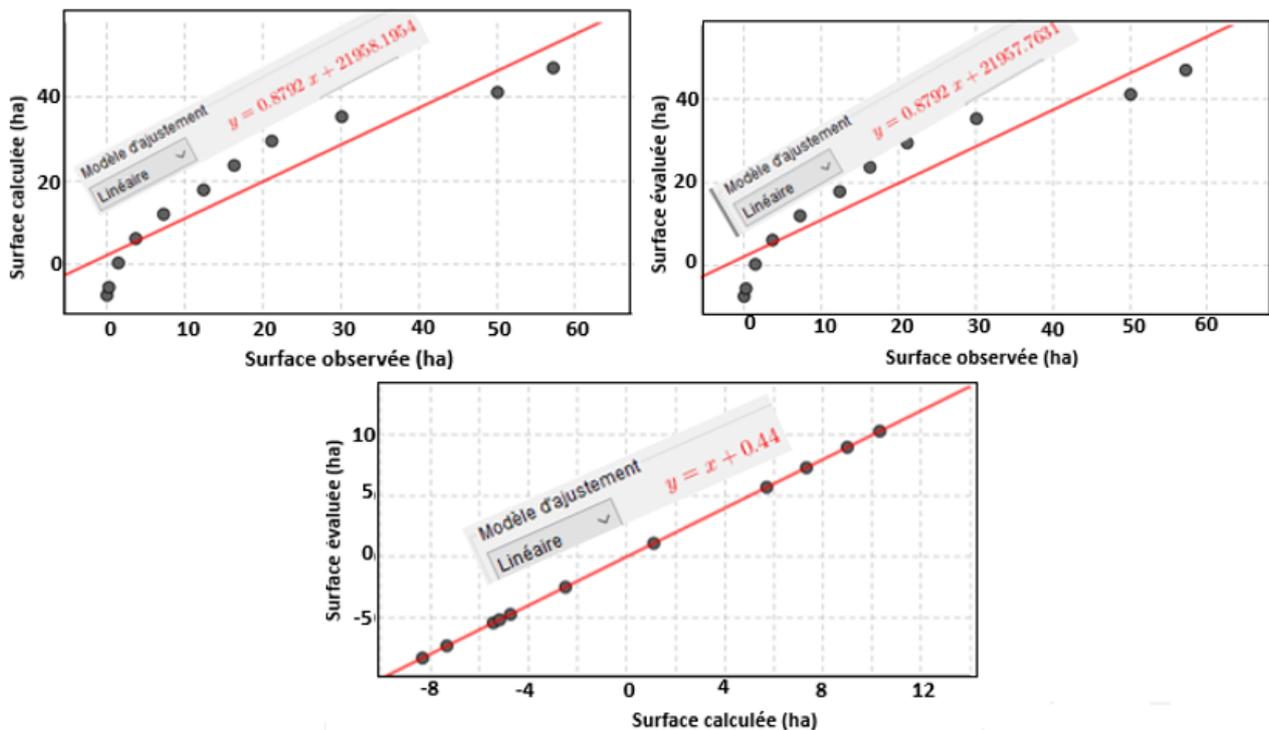
**3-2-2. Ajustement des surfaces**

Le résultat des ajustements des surfaces obtenues avec les surfaces observées montre une amélioration de la linéarisation au niveau de l'ajustement Scal/Seval (**Figure 5**). Les équations de droites de régression linéaire ((6), (7), (8)) sont beaucoup plus allégées que celles des premiers ajustements ((3), (4), (5)). Ce qui démontre que l'ajustement du modèle s'est effectué uniquement au niveau de l'ordonnée à l'origine pour les ajustements avec les Sobs ((6), (7)), alors que pour celui de Seval/Scal, il s'est effectué aussi bien au niveau de la pente de la droite de régression qu'au niveau de l'ordonnée à l'origine (8).

$$Y(\text{Scal}) = 0,8792x(\text{Sobs}) + 21958,1954 \tag{6}$$

$$Y(\text{Seval}) = 0,8792x(\text{Sobs}) + 21957,7631 \tag{7}$$

$$Y(\text{Seval}) = x(\text{Scal}) + 0,44 \tag{8}$$



**Figure 5 : Ajustements des surfaces**

**3-2-2-1. Test de significativité de la liaison de Bravais-Pearson**

La covariance de l'ajustement d'entre Scal/Seval est relativement plus élevée que celle des deux autres ajustements (**Tableau 4**) montrant une liaison beaucoup plus forte à ce niveau. Le coefficient de corrélation des ajustements d'entre Altitudes et surfaces observées (Alt/Sobs) et d'entre surfaces observées et surfaces ajustées (Sobs/Scal et Sobs/Seval) est le même avec une valeur de 0,88. Ce qui signifie que près de 88 % de la variation totale est expliquée par le modèle de régression. La perfection de l'ajustement est atteinte en ajustant les surfaces ajustées (Scal/Seval) entre-elles (**Tableau 4**). Mais comme l'écrit [15], La valeur de R<sup>2</sup> proche de 1 est nécessaire pour avoir un ajustement raisonnable mais en aucun cas suffisant. Ainsi, le test de confirmation de Bravais-Pearson donne le résultat de r seuil = 0,6021 < r = 0,8792, permettant de conclure que la corrélation linéaire est significative.

Tableau 4 : Paramètres statistiques du deuxième ajustement

Ajustements	Moyenne	s	r	$\rho$	nVar	nCov	R <sup>2</sup>	SCE
Sobs	181745,07	199789,32	0,94	1	3,9916E + 11	3,5093E + 11	0,88	42398419578
Scal	181745,51	187332,06			3,5093E + 11			
Sobs	181745,07	199789,32	0,94	1	3,9916E + 11	3,5093E + 11	0,88	42398416288
Seval	181745,07	187332,05			3,5093E + 11			
Scal	181745,51	187332,06	1	1	3,5093E + 11	3,5093E + 11	1	0
Seval	181745,07	187332,05			3,5093E + 11			

### 3-2-3. Analyse des résidus

Les graphes des résidus des Sobs/Scal et Sobs/Seval dessinent des structures particulières en forme de parabole, dont la concavité est tournée vers le bas (*Figure 6*). D'après [15], une telle structure laisse suspecter une éventuelle hétéroscédasticité des résidus. Dans pareil cas, [16] propose la solution consistant à souvent rechercher des transformations de variables permettant de rendre les distributions symétriques, de "banaliser" les points atypiques et de rendre linéaire la relation. Ainsi, cette hétéroscédasticité est améliorée en ajustant les Scal aux Seval (*Figure 6*). Et la répartition des résidus prend une forme de "nuage" homogène autour de la droite centrale. Cette répartition traduit une homoscédasticité des résidus comme l'écrit [15]. En plus, cela est confirmé par les valeurs des sommes des carrées des erreurs minimisées jusqu' à égales à 0.

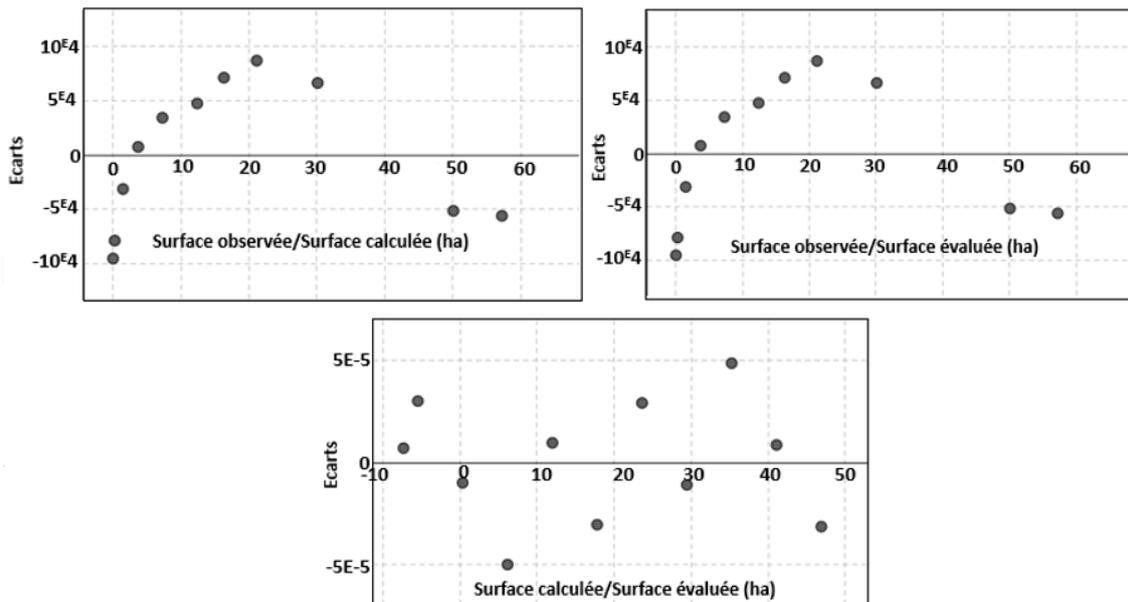


Figure 6 : Résidus des ajustements des surfaces

La *Figure 7* synthétise les écarts d'erreurs entre les différentes surfaces. Il ressort de son analyse que toutes les surfaces ajustées sont situées au-dessus des surfaces observées sauf pour les 2 premières et les 2 dernières surfaces où elles sont situées en dessous. Ces positions peuvent trouver leur explication dans l'acquisition des données où les points mesurant 0 m considérés comme les pourtours du lac et ceux mesurant 1,50 m prédominent largement. Toutes ces mesures ponctuelles des profondeurs sont spatialisées (géoréférencées) et contextualisées dans le temps (saison de mesure). Mieux encore, avec la méthode d'interpolation par krigeage d'Arc Gis, les surfaces sont calculées entre 2 intervalles d'altitudes constants. Mais, malgré tout, les droites de régression linéaire des surfaces ajustées se juxtaposent parfaitement, laissant apparaître les différentes erreurs types. Ces erreurs verticales entre les échantillons (SCE) et celles

horizontales (SCR) correspondant à la distance des points à la droite de régression sont minimisées au niveau des ajustements entre surfaces ajustées (Scal/Seval). Ce qui traduit à ce niveau une linéarisation presque parfaite. (Figure 7A). Cependant, la déviation angulaire constatée entre les linéaires de surfaces ajustées (Scal et Seval) et celle de surfaces observées (Sobs) (Figure 7B) explique le changement de pente entre les deux équations de droites (6, 7 et 8).

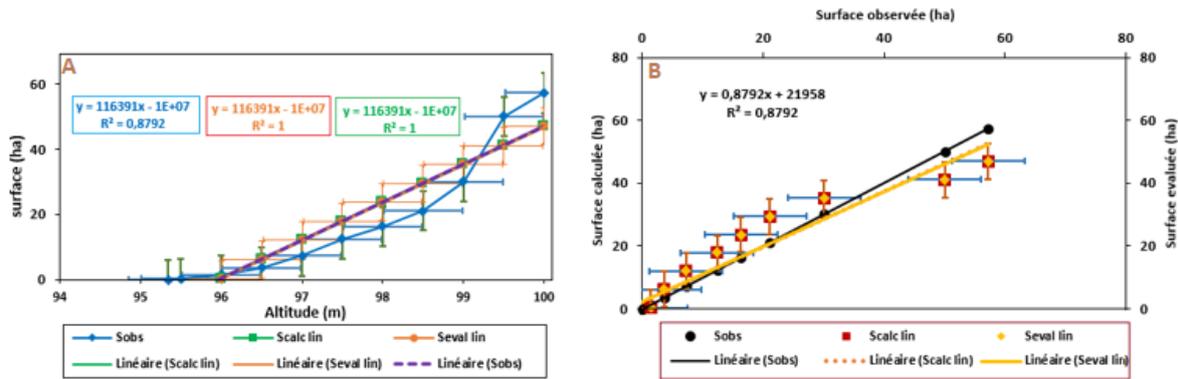


Figure 7 : Répartitions des erreurs entre surfaces et altitudes (A) et entre surfaces ajustées et surfaces observées (B)

En analysant le **Tableau 5**, on se rend compte que la somme des carrés des erreurs (SCE) calculée n'est pas la même que celle donnée par la fonction statistique de GeoGebra (**Tableau 6**). Elle correspond à la  $n$  covariance donnée par la fonction statistique de GeoGebra. Et la somme des carrés résiduels (SCR) calculée équivaut à la somme des carrés totale (SCT) donné par GeoGebra.

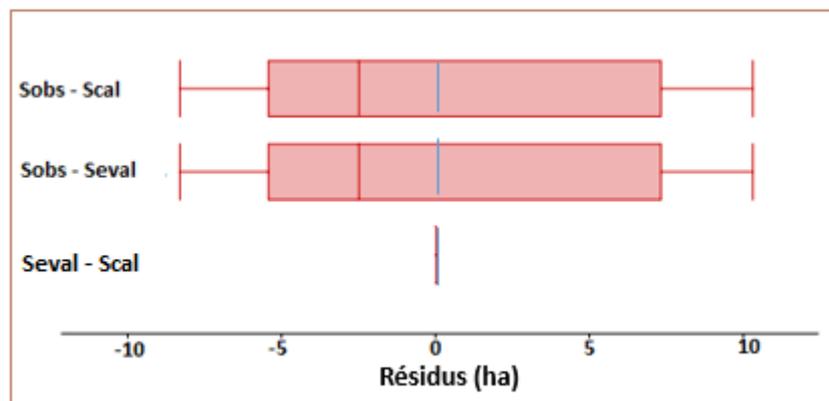
Tableau 5 : Comparaison entre paramètres calculés et ceux donnés par GeoGebra

Statistique	nCov	SCE	SCR	SCT	SCR1	SCE1	SCT1
Sobs/Scal	3,5093E + 11	4,2398E + 10	5825442544	4,8224E + 10	4,8225E + 10	3,5093E + 11	3,9916E + 11
Sobs/Seval	3,5093E + 11	4,2398E + 10	5825442092	4,8224E + 10	4,8225E + 10	3,5093E + 11	3,9916E + 11
Scal/Seval	3,5093E + 11	0	0	0	2,1157		
Scal /Seval (prédites)	6,51046E + 11				2,6571		
Alt/Sobs	3015120,36	4,8225E + 10	6625966727	5,4851E + 10			
Alt/Seval	3015120,36	0	0	0			
Alt/Scal	3015120,47	0	0	0			

SCE, SCR, SCT : somme des carrés calculée par GeoGebra et SCE1, SCR1, et SCT1 : somme des carrés calculés par la formule.

### 3-2-3-1. Analyse de la variance des résidus(ANOVA)

Comme l'écrit [13], c'est un test est très utile pour comparer la dispersion des mesures provenant de deux procédés différents. Il est réalisé entre les trois variances des trois surfaces (Sobs, Scal, Seval) prises deux à deux. Ainsi, les boîtes à moustaches de la **Figure 8**, montrent que toutes les moyennes des résidus tendent vers 0, elle est égale à 0 entre Sobs et Seval. Par contre les médianes des résidus s'écartent nettement des mêmes moyennes. Mais c'est surtout avec l'ajustement entre Scal et Seval que la moyenne et la médiane des résidus sont sensiblement égales, tendant vers 0. Les sommes des carrés des erreurs (SCE, SCR) égales avec un coefficient de corrélation égal à 1 sont autant d'arguments traduisant des variances nulles. Ce résultat est en accord avec celui obtenu par [12].



**Figure 8 :** Boîtes des résidus (en fil rouge la médiane et en bleu la moyenne)

Le résultat des tests de Fischer-Snedecor, montrent que pour tous les tests,  $F_{obs}$  est inférieur à  $F_{théorique}$ , on peut alors conclure que les variances ne sont pas significativement différentes, donc l'homoscédasticité est respectée. Mais l'homoscédasticité parfaite est observée au niveau de l'ajustement entre Scal et Seval (**Tableau 6**) avec de rapports de variance égal à 1. [17] a également utilisé le rapport de variance pour traiter des problèmes de l'homoscédasticité.

**Tableau 6 :** Résultat du test de Fischer-Snedecor

	n	s	Fobs	$F_{(10,10) 0,975}$
Sobs	11	199789,32	1,006	3,72
Scal lin	11	187332,06		
Sobs	11	199789,32	1,006	3,72
Seval	11	187332,05		
Scal lin	11	187332,06	0,998	3,72
Seval lin	11	187332,05		

### 3-2-3-2. Test T de différences des moyennes

La différence des moyennes entre Sobs/Scal et entre Scal/Seval est la même en valeur absolue (10,44). Par contre elle est égale à 0 entre Sobs/Seval. Le nombre de degrés de liberté (dlib) n'est égal à  $2(n-1) = 20$  que pour Scal/Seval, prouvant un certain appariement de ces deux surfaces (**Tableau 7**). Les erreurs standards (SE) entre surfaces ajustées (Scal/Seval) et surfaces observée (Sobs) sont plus élevées que celles des surfaces ajustées (Scal/Seval). Pour toutes les surfaces, la puissance du test est élevée, en conséquence pour les deux premiers tests, on rejette l'hypothèse nulle tandis que pour Sobs/Seval, le test est en faveur de l'hypothèse nulle. L'écart et le signe négatif (pour les surfaces) trouve son explication à la fois, dans la spatialisation des mesures, et dans le traitement des surfaces par krigeage de Arc-GIS. En fait, le logiciel Arc Gis calcule les surfaces à l'intervalle des deux altitudes. Ce qui fait qu'à la première altitude du premier intervalle, il n'y a pas de surface correspondante. Et donc en ordonnant les données en colonnes X et Y, pour ajuster les données du modèle, le logiciel considère la première surface correspondant à cette altitude comme étant égale à 0. En plus, la détermination des surfaces par polygonisation suivant le sens du gisement fait que toute surface qui s'oppose à ce sens est considérée comme négative.

**Tableau 7 : Résultat du test T, différence des moyennes**

T Test, Différence des moyennes							
Appariés	Non						
Hypothèse nulle	$\mu_1 - \mu_2 = 0$						
Hypothèse alternative	$\mu_1 - \mu_2 \neq 0$						
	n	Moyenne	Différence	P	t	SE	dlib
Sobs	11	181745,073	-0,44	1	0	82577,28	19,92
Scal lin	11	181745,511					
Sobs	11	181745,073	0	1	0	82577,28	19,92
Seval	11	181745,073					
Scal	11	181745,511	0,44	1	0	79878,66	20
Seval	11	181745,073					

**3-2-3-3. Estimation par intervalle de confiance de la moyenne**

Tous les intervalles calculés contiennent la moyenne (m) dans 95 % des cas, soit un risque de 5 %. L'écart entre les 2 bornes (limite inférieure et limite supérieure) est de 0,44, et c'est ce même écart qui est retranché de la formule de l'Équation (6) de régression des surfaces calculées pour ajuster l'Équation (7) des surfaces de référence (surfaces évaluées).

Scal :  $69728,8149 \leq m \leq 293762,207$

Seval :  $69728,3769 \leq m \leq 293761,769$

**3-2-3-4. Test d'indépendance des résidus**

L'objectif est de vérifier si les résidus entre Sobs/Scal, Sobs/Seval et Seval/Scal sont indépendants. Pour ce genre de données ordonnées dans le temps (moment de basses et hautes eaux) et dans l'espace (mesures aléatoires), la solution est la méthode de COCHRAN et ORCUTT, décrite notamment par [18]. L'indépendance est assurée dès qu'il y a non corrélation. Et en supposant que même s'il existe une forme de corrélation, celle-ci est liée à un facteur particulier tel que le temps ou l'espace [19]. Et aussi [20] d'écrire qu'il est difficile de vérifier cette hypothèse d'indépendance à partir du graphe des résidus. Cette hypothèse est vérifiée si chaque observation correspond à une expérience menée dans des conditions indépendantes. Pour [17] dans certains cas, l'autocorrélation peut être liée à l'absence, dans le modèle, d'une variable particulière dont les observations successives sont corrélées. L'introduction de cette variable dans le modèle peut parfois complètement éliminer le phénomène d'autocorrélation.

**3-2-3-5. Analyse de la normalité des résidus**

On remarque que dans l'ensemble les résidus sont uniformément repartis entre les scores normaux -2 et 2. En plus, les points ne s'écartent pas trop de la droite de Henry. Les 3 points s'écartant un peu de la droite de Henry sont les surfaces relatives aux altitudes 96,5 ; 97 et 97,5m dont l'explication a été donnée dans la partie analyse des résidus. Le caractère linéaire de la représentation de la droite de Henry indique une normalité de la distribution des données [16]. Mais le meilleur ajustement à la droite de Henry est obtenu entre l'ajustement de Scal et Seval, avec des résidus minimisés dont la somme égale à 0, montrant une répartition quasi uniforme (Figure 9).

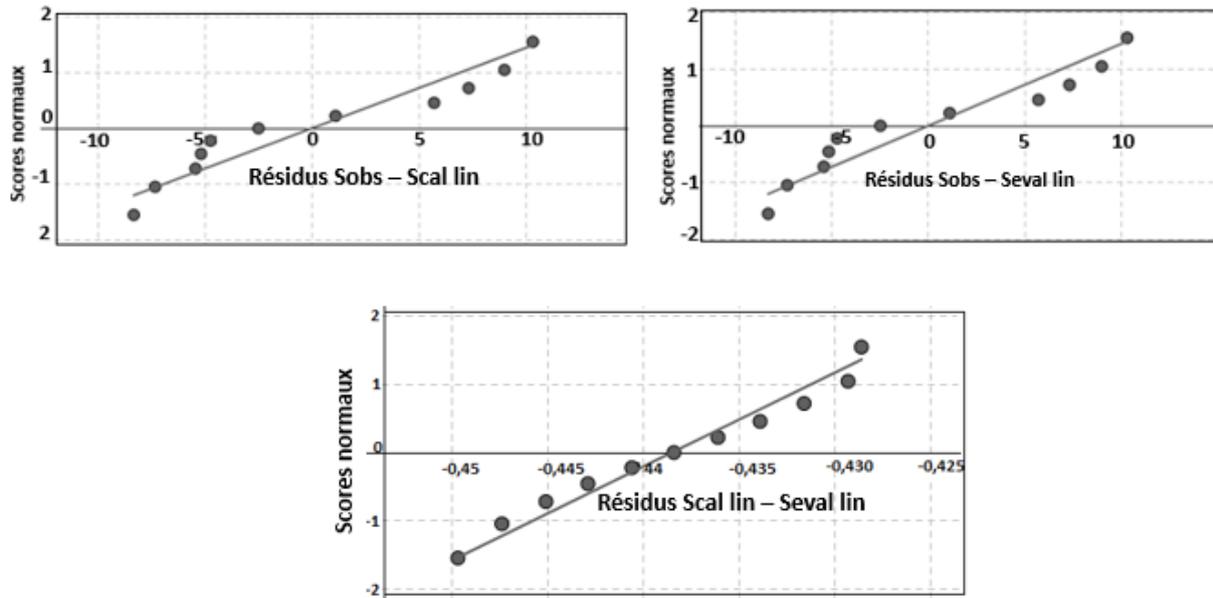


Figure 9 : Structure des résidus entre les surfaces ajustées et la surface observée

3-2-3-6. Approche probabiliste

Les résultats des calculs probabilistes sur les résidus minimum, maximum, moyen et médian sont présentés dans le **Tableau 8 et Figures 10**. Il ressort de ces résultats que pour tous les résidus, la probabilité que le résidu soit maximum est plus forte (supérieure à 0,94) au niveau de Sobs – Scal et Sobs – Seval. En revanche, la probabilité que le résidu soit minimal est relativement plus forte au niveau des résidus Scal – Seval (**Figure 10 et Tableau 8**). Un des points importants, est l'examen de la probabilité d'obtenir le résidu moyen et le résidu médian. Ainsi, il ressort de cet examen qu'au niveau des résidus Sobs – Seval et Sobs – Scal, les probabilités d'obtenir les résidus moyen et médian sont différentes. En revanche, elles sont sensiblement égales à 0,5 pour les résidus Scal – Seval, ce qui traduit à ce niveau, une distribution normale des résidus (**Figure 10C et Tableau 8**).

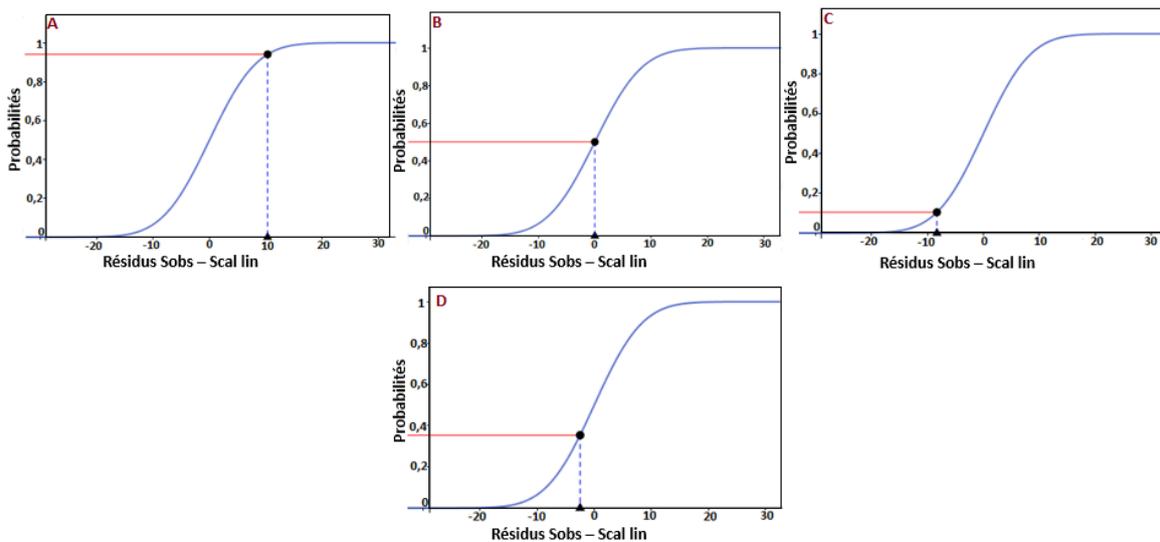


Figure 10A : Courbes normales de Gauss des résidus Sobs-Scal

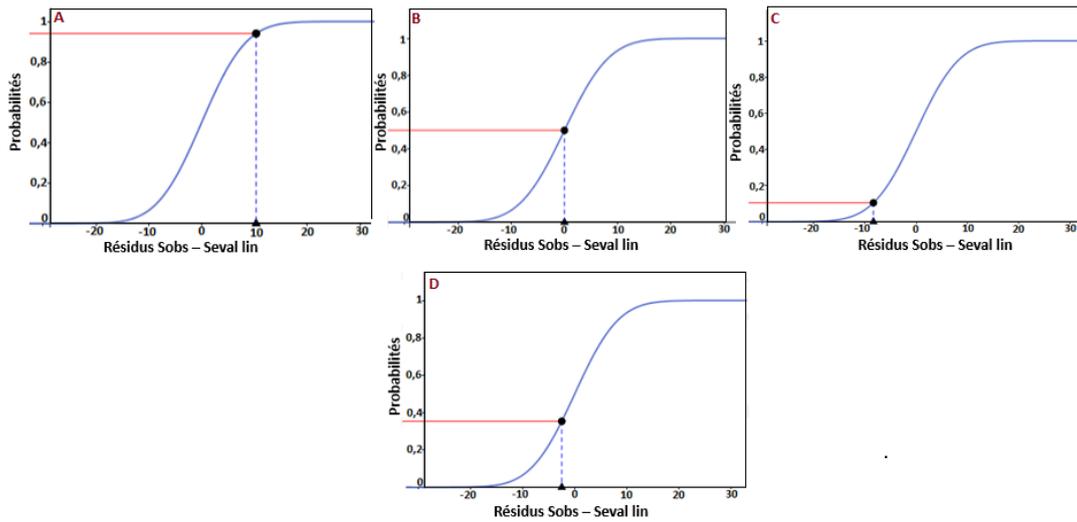


Figure 10B : Courbes normales de Gauss des résidus Sobs-Seval

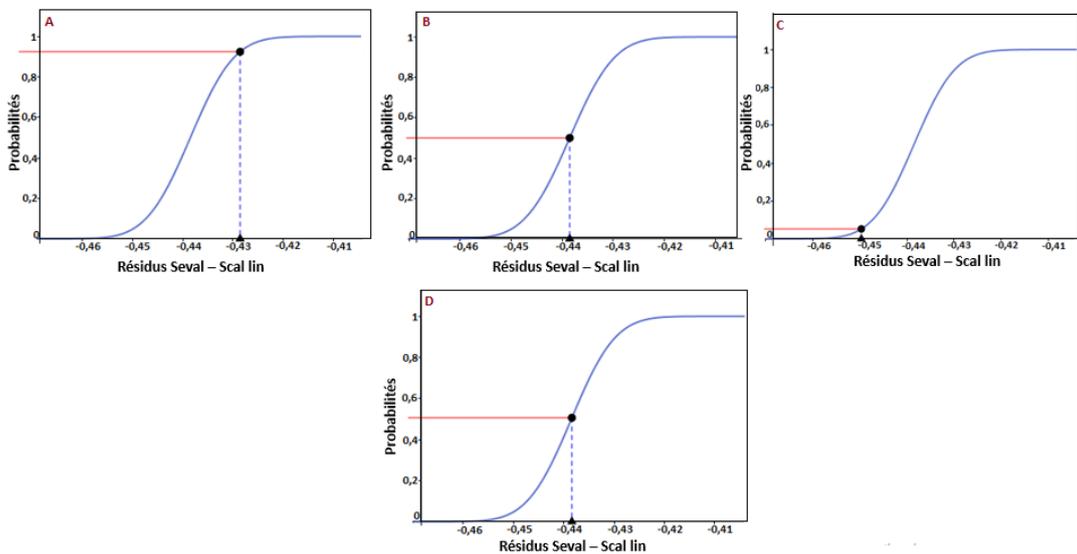


Figure 10C : Courbes normales de Gauss des résidus Scal-Seval

Tableau 8 : Résultat du test probabiliste de Gauss

<b>Résidus Scal – Seval</b>			
$\mu = 0,44 \quad \sigma = 66212,30$			
Maxi	Moyen	Médian	Mini
$P(X \leq -0,4286) = 0,92$	$P(X \leq 0,4385) = 0,50$	$P(X \leq 0,4384) = 0,5058$	$P(X \leq -0,4497) = 0,0523$
<b>Résidus Sobs - Scal</b>			
$\mu = 0,44 \quad \sigma = 66212,30$			
Maxi	Moyen	Médian	Mini
$P(X \leq 103161,41) = 0,94$	$P(X \leq -0,4385) = 0,50$	$P(X \leq -24901,75) = 0,35$	$P(X \leq -83122,67) = 0,11$
<b>Résidu Sobs-Seval</b>			
$\mu = 0, \quad \sigma = 66212,30$			
Maxi	Moyen	Médian	Mini
$P(X \leq 103161,86) = 0,94$	$P(X \leq 0) = 0,50$	$P(X \leq -24901,316) = 0,35$	$P(X \leq -83122,227) = 0,11$
<b>Résidus (Seval - Scal) prédites</b>			
$\mu = -0,4356 \quad \sigma = 0,0084$			
Maxi	Moyen	Médian	Mini
$P(X \leq -0,4226) = 0,94$	$P(X \leq -0,4356) = 0,5$	$P(X \leq -0,435) = 0,5285$	$P(X \leq -0,4497) = 0,0466$

### 3-2-4. Intervalles de prédiction

En ajustant les surfaces évaluées avec les surfaces calculées, l'équation de régression du modèle de prédiction estimé est :

$$\hat{y}_{n+i} = x_{n+1} + 0,43 \quad (10)$$

La validation de ce modèle de prédiction repose sur le même argumentaire qui a soutenu la validation du premier modèle. Ainsi, on constate que la normalité est maintenue avec des points ne s'écartant pas trop de la droite de Henry (*Figures 11 A et B*). En plus, l'approche probabiliste montre également que les différentes probabilités relatives au maximum et au minimum sont sensiblement les mêmes. De même, la probabilité d'obtenir le résidu moyen et celle d'obtenir le résidu médian sont sensiblement les mêmes au niveau des ajustements de Scal/Seval (*Tableau 8 et Figure 12*). Aussi, la comparaison des erreurs entre Scal/Seval et Scal/Seval prédites, montre sensiblement la même répartition des erreurs. Les erreurs résiduelles engendrées par l'augmentation de ces 3 points, n'est que de 0,55 m<sup>2</sup>, de même que la variance n'a pas beaucoup évolué (*Tableau 8*). Les paramètres du modèle restent sensiblement les mêmes avec des formules des équations restées à peu près les mêmes (*Figures 11C et D*).

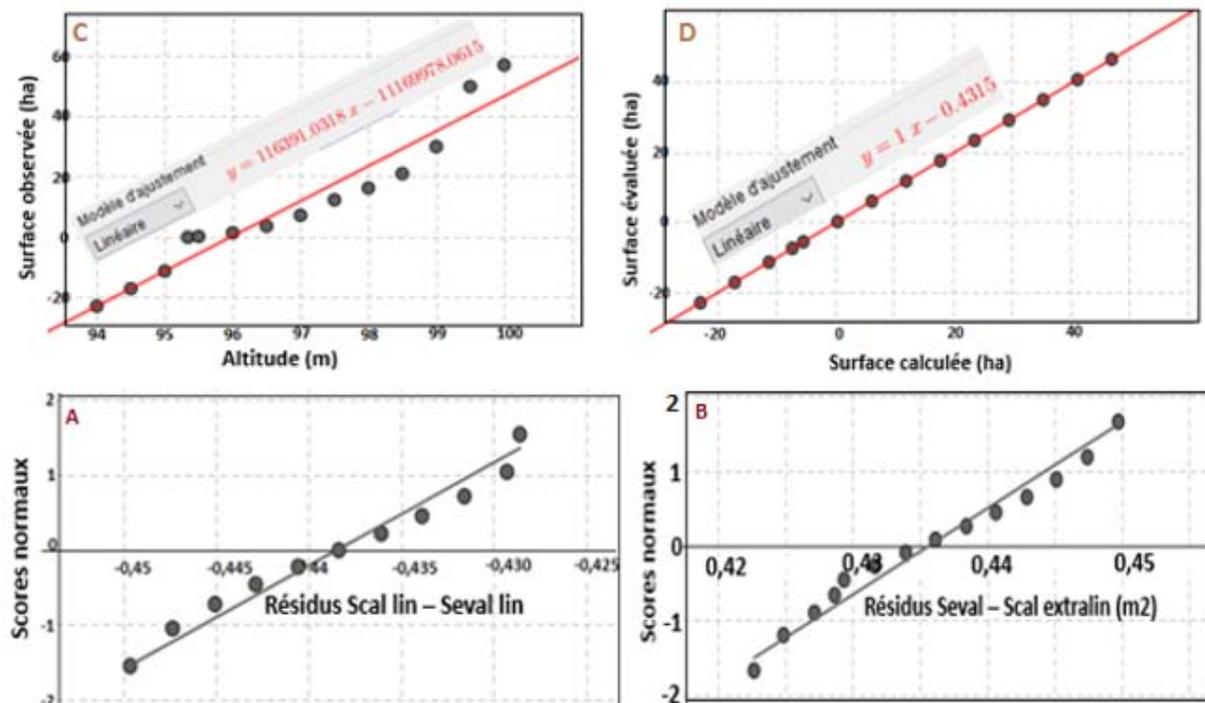


Figure 11 : Ajustements des surfaces avec l'altitude (C) et entre Scal/Seval (D), quantiles de la loi normale (A, B)

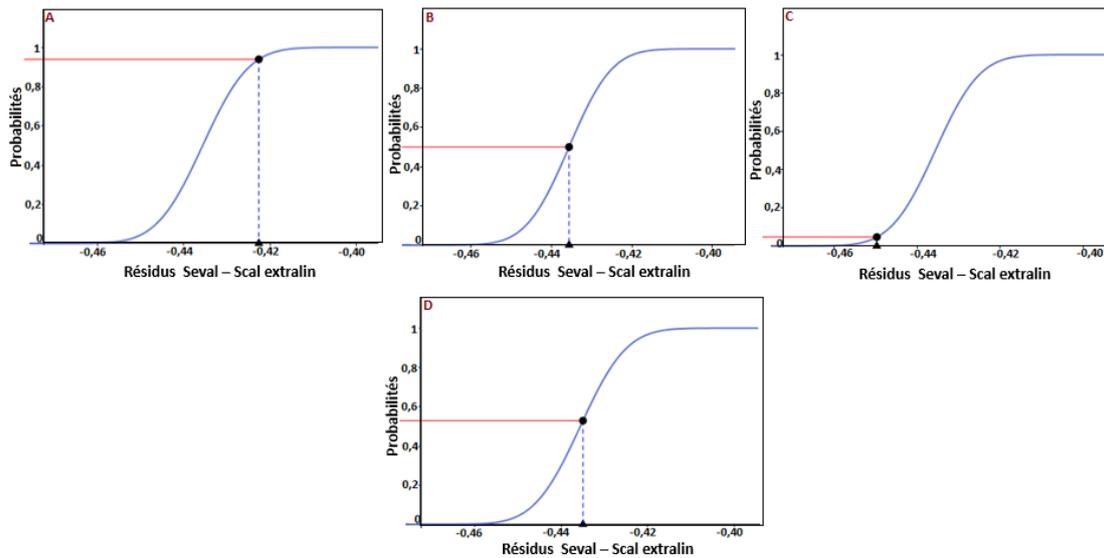


Figure 12 : Courbes de Gauss de prévision

#### 4. Conclusion

A l’opposé des études antérieures dans le Sud-Ouest du Niger [21, 22] qui ont concerné presque dans leur majorité des mares temporaires, la présente étude a concerné des lacs permanents dont les profondeurs pendant les hautes eaux peuvent dépasser les six mètres pour un minimum de moins d’un mètre pendant les basses eaux. Cet état de fait préconise une nouvelle technique et une nouvelle méthode de traitement des données. La méthode des levés bathymétriques par échosondage est une avancée notoire dans la finesse et la précision des mesures. Mieux encore, la méthode d’interpolation par krigeage avec Arc GIS a permis l’établissement des cartes bathymétriques et les calculs des surfaces relatives aux tranches d’altitudes. En effet, les contours des isobathes montrent l’évolution des profondeurs ainsi que la répartition de leurs surfaces. Le modèle d’ajustement linéaire ainsi obtenu montre une certaine adéquation entre les données issues de l’échosondage et les données modélisées. La relative simplicité de ce modèle, le rend opérationnel et facilement utilisable dans le cadre de la gestion des ressources en eau du lac et de son bassin versant. Concrètement à travers ce modèle, on ajuste en premier les surfaces observées (Sobs) en fonction des altitudes (Alt) pour obtenir l’équation de régression, puis à partir de cette dernière les surfaces sont calculées (Scal). Ce sont ces surfaces calculées (Scal) qui sont ajustées aux surfaces évaluées (Seval) par la relation d’ajustement de *Seval/Scal*. Ce modèle servira à établir le bilan hydrique du lac. Enfin, l’accumulation continue des données permettra de préciser progressivement la bathymétrie du lac par d’autres campagnes de mesures de profondeur et sur les couvertures cartographiques.

#### Références

- [1] - P. HIERNAUX et H. N. LE HOUEROU, Les parcours du Sahel, *Sécheresse*, 17 (1-2) (2006) 51 - 71
- [2] - T. VISCHÉL, G. PANTHOU, P. PEYRILLÉ, R. ROEHRIG, G. QUANTIN, T. LEBEL, C. WILCOX, F. BEUCHER et M. BUDIARTI, Precipitation Extremes the West African Sahel : Recent Evolution and Physical Mechanisms, *Tropical Extremes*, (2019) 95 - 138
- [3] - A. ALI, A. AMANI et T. THIERRY LEBEL, Estimation des pluies au Sahel : utilisation d’un modèle d’erreur pour évaluer réseaux sol et produits satellitaires, *Sécheresse*, 15 (3) (2004) 271 - 8

- [4] - C. M. TAYLOR, C. E. BIRCH, D. J. PARKER, N. DIXON, F. GUICHARD, G. NIKULIN & G. M. LISTER, Modeling soil moisture-precipitation feedback in the Sahel: Importance of spatial scale versus convective parameterization, *Geophysical Research Letters*, 40 (23) (2013) 6213 - 6218
- [5] - C. DARDEL, L. KERGOAT, P. HIERNAUX, E. MOUGIN, M. GRIPPA & C. J. TUCKER, Re-greening Sahel : 30 years of remote sensing data and field observations (Mali, Niger), *Remote Sensing of Environment*, 140 (2014) 350 - 364 p.
- [6] - A. MOUSSA ISSAKA, Dynamiques érosives et des états de surfaces dans la partie nigérienne du bassin du lac Tchad, *Thèse de doctorat*. Université Abdou Moumouni, (2014) 180 p.
- [7] - G. FAVREAU, Caractérisation et modélisation d'une nappe phréatique en hausse au sahel : dynamique et géochimie de la dépression piézométrique naturelle du Kori de Dantiandou (sud-ouest du Niger), *Thèse de doctorat*, Université Paris-Sud, 11 (2000) 348 p.
- [8] - S. MASSUEL, Evolution récente de la ressource en eau consécutive aux changements climatiques et environnementaux du sud-ouest du Niger, modélisation des eaux de surface et souterraine du kori de Dantiandou sur la période 1992-2003. *Thèse de doctorat*, Université de Montpellier II, (2005) 298 p.
- [9] - A. A. TOURE, RODRIGUE, Z. GARBA, R. JEAN LOUIS, P. CHRISTOPHE, B. VINCENT, D. ALAIN, S. DAVID, Evolution des paysages Sahéliens au cours des six dernières décennies dans la région de Niamey : de la disparition de la brousse tigrée à l'encroustement de surfaces des sols, *Pangea*, (2010) 47/48, 35 - 49 p.
- [10] - F. GEMENNE, J. BLOCHER, F. DE LONGUEVILLE, S. VIGIL DIAZ TELENTI, C. ZICKGRAF, D. GHARBAOUI et P. OZER, Changement climatique, catastrophes naturelles et mobilité humaine en Afrique de l'Ouest, *Géo-Eco-Trop*, 41 (2017) 317 - 337 p.
- [11] - C. CHESNEAU, Ajustement d'un nuage de points, *Notes de cours*, (2018) 40 p. <https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-01387713v3>
- [12] - P. DAGNELIE, Extrait de statistique théorique et appliquée, Inférence statistique à une et à deux dimensions, *Éditions De Boeck*, (2013) 255 p.
- [13] - P. TRIBOULET, Application de la statistique au traitement des données au laboratoire d'analyses et en fabrication, *Notes de cours*, (2007) 68 p.
- [14] - R. RAKOTOMALALA, Analyse de corrélation Étude des dépendances - Variables quantitatives, *Notes de cours*, (2017) 105 p. [https://eric.univ-lyon2.fr/~ricco/cours/cours/Analyse\\_de\\_Correlation.pdf](https://eric.univ-lyon2.fr/~ricco/cours/cours/Analyse_de_Correlation.pdf)
- [15] - M. CHAVENT, Modélisation statistique : Régression linéaire simple, *Notes de cours*, Université de Bordeaux, (2015) 19 p.
- [16] - P. BESSE, Pratique de la modélisation Statistique, *Publications du laboratoire de statistique et probabilités*, Université Paul Sabatier Toulouse III, (2003) 81 p. [www.lsp.ups-tlse.fr/Besse](http://www.lsp.ups-tlse.fr/Besse)
- [17] - G. W. DEHLERT, A first course in Design and Analysis of Experiments, *Freeman and company*, NY, USA, (2000)
- [18] - S. CHATTERJEE and B. PRICE, Regression analysis by example, *Wiley* New York, (1991) 298 p.
- [19] - R. PALM et A. F. IEMMA, Conditions d'application et transformations de variables en régression linéaire, *Notes de Statistique et d'Informatique*, (2002) 1 - 34. <http://hdl.handle.net/2268/81767>
- [20] - E. LEBARBIER, S. ROBIN, Exemples d'application du modèle linéaire, *Notes de cours*, Institut National Agronomique Paris - Grignon Département O.M.I.P, (2004) 129 p.
- [21] - HAPEX SAHEL Niger, Hydrology atmospheric program experiment, Niger, (1991 - 1993)
- [22] - J. C. DESCONNETS, Typologie et caractérisation hydrologique des systèmes endoréiques en milieu sahélien (degré carré de Niamey - Niger), *Thèse de Doctorat*, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, (1994) 353 p.