

# Transferts thermiques convectifs tridimensionnels autour d'un cône de révolution

François d'Assise RAKOTOMANGA\* et Edouard ALIDINA

Laboratoire de Mécanique des Fluides et Systèmes Energétiques Appliqués (MFSEA), Faculté des Sciences, Université d'Antsiranana, BP O Antsiranana 201, Madagascar

\* Correspondance, courriel : *frdassise@yahoo.fr* 

# Résumé

Une étude numérique des transferts par convection forcée laminaire autour d'un cône de révolution fermé sur sa partie supérieure par une calotte sphérique et incliné par rapport à la verticale est présentée. L'écoulement, de type couche limite, est vertical ascendant et le fluide considéré est newtonien. La vitesse extérieure à la couche limite est déterminée par la méthode des singularités et les équations de transfert sont résolues par une méthode implicite aux différences finies. L'influence de l'angle d'inclinaison du cône sur les transferts est analysée. Les résultats sont présentés par des profils de vitesses et de températures adimensionnels ainsi que par ceux du nombre de Nusselt local et des coefficients de frottement.

**Mots-clés :** convection forcée, couche limite tridimensionnelle, cône de révolution incliné, écoulement potentiel, transfert de chaleur, transfert d'impulsion.

# Abstract

## Three-dimensional convective heat transfer around a cone of revolution

A numerical study of laminar forced convection transfer around a cone of revolution, closed on its upper part by a portion of sphere and inclined from the vertical, is presented. The flow, a type of boundary layer, is ascendant vertical and the fluid is supposed newtonian. The outside velocity boundary layer is determined by the singularity method and the equations transfer are solved by an implicit finite difference method. The influence of the inclination angle of the cone is analyzed. The results are presented by adimensional profiles of velocity and temperatures as well as by the local Nusselt number and friction coefficients.

**Keywords :** forced convection, three-dimensional boundary layer, inclined cone of revolution, potential flow, heat transfer, momentum transfer.

## Nomenclature

## Lettres latines

- a diffusivité thermique du fluide , (m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>)
- Cf<sub>u</sub> coefficient de frottement suivant x
- $Cf_w$  coefficient de frottement suivant  $\phi$
- Cp capacité calorifique de l'air, (J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>)
- Ue<sub>x</sub> composante méridienne de la vitesse de l'écoulement potentiel, (m.s<sup>-1</sup>)
- $\begin{array}{lll} \text{Ue}_{\phi} & \text{composante azimutale de la vitesse de} \\ l'écoulement potentiel, (m.s^{-1}) \end{array}$

- L longueur de la génératrice du cône, (m)
- Nu nombre de Nusselt
- Pr nombre de Prandtl
- r distance normale du projeté M d'un point P du fluide à l'axe de révolution du cône, (m)
- R rayon de la sphère, (m)
- $Re_{\infty} \quad nombre \ de \ Reynolds \ rapporté \ à \ U_{\infty}$
- T température du fluide, (K)
- T<sub>p</sub> température de la paroi, (K)
- $T_{\infty}$  température du fluide loin de la paroi, (K)
- Ue module de la vitesse de l'écoulement potentiel autour du cône, (m.s<sup>-1</sup>)
- Ue<sub>x</sub> composante méridienne de la vitesse de l'écoulement potentiel, (m.s<sup>-1</sup>)
- $Ue_{\phi}$  composante azimutale de la vitesse de l'écoulement potentiel, (m.s<sup>-1</sup>)
- $U_{\infty}$  vitesse de l'écoulement en amont du cône, (m.s<sup>-1</sup>)

- $U_{\infty}$  vitesse de l'écoulement en amont du cône, (m.s<sup>-1</sup>)
- V<sub>x</sub> composante méridienne de la vitesse dans la couche limite, (m.s<sup>-1</sup>)
- Vy composante normale de la vitesse dans la couche limite, (m.s<sup>-1</sup>)
- $V_{\phi}$  composante azimutale de la vitesse dans la couche limite, (m.s<sup>-1</sup>)
- V<sub>p</sub> vitesse de perturbation, (m.s<sup>-1</sup>)
- x, y coordonnées méridienne et normale, (m)

#### Lettres grecques

- $\alpha$  angle d'inclinaison, (°)
- $\theta_{o}$  demi-angle au sommet du cône, (°)
- ρ masse volumique du fluide, (kg.m<sup>-3</sup>)

## Indice / exposant

+ grandeurs adimensionnelles

# 1. Introduction

Bien que de nombreuses études théoriques et expérimentales aient été effectuées sur les transferts convectifs au voisinage d'un cône de révolution, la plupart des travaux ne concernent que la convection naturelle autour d'un cône vertical en rotation ou immobile. Par exemple, une étude théorique et expérimentale de la convection naturelle développée le long d'un tronc de cône vertical de longueur finie a montré que le flux de chaleur local sur la paroi du cône est fortement influencé par la présence des surfaces supérieure et inférieure du tronc de cône [4]. L'intensité des transferts de chaleur qui se déroulent par convection naturelle le long de la paroi d'un cône est influencée par l'état de la surface de cette paroi [7]. Ainsi, ces transferts sont, pour un cône à paroi sinusoïdale, inférieurs à ceux d'un cône à paroi lisse. Par ailleurs, l'échange thermique par convection naturelle au sein de la couche limite développée autour d'un cône incliné, est faiblement affecté par la variation de l'angle d'ouverture et l'angle d'inclinaison du cône [8]. Dans ce travail, nous considérons un écoulement d'un fluide newtonien autour d'un cône de révolution fermé sur sa partie supérieure par une calotte sphérique. L'écoulement, de type couche limite, est vertical et ascendant et se déroule en convection forcée laminaire. Nous supposons que l'écoulement est de type couche limite et que les transferts sont permanents. Nous déterminons la distribution de la vitesse extérieure à la couche limite en utilisant la méthode des singularités et nous analysons l'influence de l'angle d'inclinaison du cône par rapport à la verticale sur l'écoulement et le transfert thermique dans la couche limite qui se développe autour de ce cône.

# 2. Méthodologie

## 2-1. Formulation mathématique du problème

Le modèle physique considéré est constitué d'un cône de révolution fermé sur sa partie supérieure par une calotte sphérique de rayon R égal à la longueur de la génératrice du cône. Ce cône est incliné d'un angle  $\alpha$ 

par rapport à la verticale et est plongé dans un écoulement d'air *(Figure 1)*. L'écoulement est vertical ascendant et les parois du cône et celle de la calotte sphérique sont maintenues à une température constante  $T_p$ , différente de la température  $T_\infty$  du fluide loin de la paroi qui est également constante.



Figure 1 : Schéma du modèle physique

#### 2-1-1. Hypothèses simplificatrices

Outre les considérations ci-dessus et les hypothèses classiques de la couche limite, nous posons les hypothèses suivantes :

- le cône est immobile ;
- les transferts sont laminaires et permanents ;
- les transferts radiatifs et la dissipation d'énergie visqueuse sont négligeables ;
- le fluide est de l'air dont les propriétés physiques sont constantes.

## 2-1-2. Équations de conservation dans la couche limite et conditions aux limites

Dans le repère local (M ;  $\vec{e}_{r}$ ,  $\vec{e}_{n}$ ,  $\vec{e}_{\phi}$ ) (*Figure 1*), les *Équations* de conservation et les conditions aux limites adimensionnelles s'écrivent :

• *Équation* de continuité

$$\frac{\partial V_x^+}{\partial x_+} + \frac{\partial V_y^+}{\partial y_+} + \frac{1}{r^+} \frac{\partial V_\phi^+}{\partial \phi_+} + \frac{V_x^+}{r^+} \frac{d r^+}{d x_+} = 0$$
(1)

• *Équations* du mouvement et de la chaleur

$$V_x^+ \frac{\partial V_x^+}{\partial x_+} + V_y^+ \frac{\partial V_x^+}{\partial y_+} + \frac{V_{\phi}^+}{r^+} \frac{\partial V_x^+}{\partial \phi_+} - \frac{V_{\phi}^{+2}}{r^+} \frac{d r^+}{d x_+} = Ue^+ \frac{\partial Ue^+}{\partial x_+} + \frac{\partial^2 V_x^+}{\partial y_+^2}$$
(2)

$$V_{x}^{+} \frac{\partial V_{\phi}^{+}}{\partial x_{+}} + V_{y}^{+} \frac{\partial V_{\phi}^{+}}{\partial y_{+}} + \frac{V_{\phi}^{+}}{r^{+}} \frac{\partial V_{\phi}^{+}}{\partial \phi_{+}} + \frac{V_{\phi}^{+} V_{x}^{+}}{r^{+}} \frac{d r^{+}}{d x_{+}} = \frac{Ue^{+}}{r^{+}} \frac{\partial Ue^{+}}{\partial \phi_{+}} + \frac{\partial^{2} V_{\phi}^{+}}{\partial y_{+}^{2}}$$
(3)

$$V_{x}^{+} \frac{\partial T^{+}}{\partial x_{+}} + V_{y}^{+} \frac{\partial T^{+}}{\partial y_{+}} + \frac{V_{\phi}^{+}}{r^{+}} \frac{\partial T^{+}}{\partial \phi_{+}} = \frac{1}{\Pr} \frac{\partial^{2} T^{+}}{\partial y_{+}^{2}}$$
(4)

avec  $\Pr = \frac{\mu Cp}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$ , le nombre de Prandtl.

> Conditions aux limites

• A la paroi:  $y_+ = 0$ 

$$T^{+} = 1 ; V_{x}^{+} = 0 ; V_{y}^{+} = 0 ; V_{\varphi}^{+} = 0$$
 (5)

• Loin de la paroi:  $y_+ \rightarrow \infty$ 

$$T^{+} \rightarrow 0 \quad ; V_{x}^{+} \rightarrow Ue_{x}^{+} \quad ; V_{\varphi}^{+} \rightarrow Ue_{\varphi}^{+}$$
(6)

avec

$$x_{+} = \frac{x}{L}, y_{+} = \frac{y}{L}\sqrt{\operatorname{Re}_{\infty}}, \phi_{+} = \phi, r^{+} = \frac{r}{L}, V_{x}^{+} = \frac{V_{x}}{U_{\infty}}, V_{y}^{+} = \frac{V_{y}}{U_{\infty}}\sqrt{\operatorname{Re}_{\infty}}, V_{\phi}^{+} = \frac{V_{\phi}}{U_{\infty}}$$
$$Ue^{+} = \frac{Ue}{U_{\infty}}, Ue^{+}_{x} = \frac{Ue}{U_{\infty}}, Ue^{+}_{\phi} = \frac{Ue}{U_{\infty}}, T^{+} = \frac{T - T_{\infty}}{T_{p} - T_{\infty}}$$

 $Re_{\infty} = \frac{U_{\infty}L}{v}$  étant le nombre de Reynolds de l'écoulement axial relatif à  $U_{\infty}$ .

## 2-1-3. Nombre de Nusselt et coefficients de frottement à la paroi

• Nombre de Nusselt

Nu Re 
$$_{\infty}^{-\frac{1}{2}} = -\left(\frac{\partial T^{+}}{\partial y_{+}}\right)_{y_{+}=0}$$
 (7)

#### • Coefficients de frottement

$$Cf_{u} = \frac{2}{\sqrt{\operatorname{Re}_{\infty}}} \left( \frac{\partial V_{x}^{+}}{\partial y_{+}} \right)_{y_{+}=0}$$
(8)

$$Cf_{w} = \frac{2}{\sqrt{\operatorname{Re}}_{\infty}} \left( \frac{\partial V_{\phi}^{+}}{\partial y_{+}} \right)_{y_{+}=0}$$
(9)

#### 2-2. Détermination de la vitesse extérieure

La vitesse extérieure, décrite par  $\overrightarrow{U_e} = \overrightarrow{U_\infty} + \overrightarrow{V_p}$ , qui intervient dans les équations de la couche limite est déterminée à partir de la résolution de l'*Équation* de Laplace (10) associée aux conditions aux limites (11) définies par la condition à l'infini amont et la condition de tangence :

$$\Delta \Phi_{p} = 0 \tag{10}$$

$$\lim_{n \to \infty} \left\| \overline{grad} \Phi_{p}(M) \right\| = 0$$

$$\left\| \underbrace{\partial M} \right\|_{\to \infty}^{p} \xrightarrow{p} = - \underbrace{U_{\infty} \cdot e_{n}}_{n}$$

$$\left( \underbrace{\partial \Phi_{p}}_{\partial n} \right)_{\Sigma} = - \underbrace{U_{\infty} \cdot e_{n}}_{n}$$

$$(11)$$

où  $\Phi_p$  est le potentiel de perturbation,  $\overrightarrow{v_p} = \overrightarrow{grad} \Phi_p$  la vitesse de perturbation et  $\overrightarrow{u_{\infty}}$  la vitesse de l'écoulement en amont du corps,  $\overrightarrow{e}_n$  la normale extérieure à la surface frontière  $\Sigma$  séparant le milieu fluide et la paroi solide.

Le système d'**Équations** (10) - (11) est résolu par la méthode des singularités et un code de calcul a été élaboré pour déterminer les composantes ainsi que le module de la vitesse extérieure. Nous avons validé le code numérique que nous avons élaboré en l'appliquant à la sphère pour laquelle la vitesse extérieure obéit à une expression analytique [10]. On remarque que l'écart relatif entre les résultats issus de nos calculs et ceux déduits de la littérature est très faible, de l'ordre de 1,5 % *(Figure 2)*. Nos calculs suggèrent ainsi les expressions analytiques (12) et (13) qui décrivent respectivement les composantes adimensionnelles ortho radiale et tangentielle de la vitesse extérieure :

$$\frac{Ue_{\varphi}}{U_{\infty}} = A_{\varphi} . \sin \alpha . \sin \varphi$$
(12)

$$\frac{Ue_x}{U_{\infty}} = A_x \cdot \cos \alpha + B_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \phi$$
(13)

Pour raison de clarté, nous omettons l'indice « + » de l'abscisse curviligne adimensionnelle, et nous proposons, pour  $\Theta_0 = 20^\circ$ , des corrélations sur les facteurs  $A_{\varphi}$ ,  $A_x$  et  $B_x$  obtenus par régression sous les formes polynomiales adimensionnelles ci-dessous, avec des coefficients de corrélation très proche de l'unité, soit 0,999 :

• sur le cône :

 $A_{\varphi}(x) = 2,3181 - 2,29665 \qquad x + 5,87104 \qquad x^{2} - 10,90766 \qquad x^{3} + 10,3346 \qquad x^{4} - 4,06092 \qquad x^{5}$   $A_{\varphi}(x) = 0,68 + 3,03296 \qquad x - 25,44074 \qquad x^{2} + 121,069 \qquad x^{3} - 318,64541 \qquad x^{4} + 466,99471 \qquad x^{5} - 356,01959 \qquad x^{6} + 110,24752 \qquad x^{7}$   $B_{\chi}(x) = -0,80834 + 2,69424 \qquad x - 21,37757 \qquad x^{2} + 98,83137 \qquad x^{3} - 252,98221 \qquad x^{4} + 363,05621 \qquad x^{5} - 272,50282 \qquad x^{6} + 83,5537 \qquad x^{7}$ 

• sur la calotte :

 $A_{\varphi}(x) = 362, 34283 - 1543, 73477 \quad x + 2638, 51534 \quad x^{2} - 2253, 3194 \quad x^{3} + 961, 37013 \quad x^{4} - 163, 90344 \quad x^{5}$  $A_{\varphi}(x) = 6205, 68483 - 25862, 60052 \quad x + 43116, 22491 \quad x^{2} - 35928, 7447 \quad x^{3} + 14962, 24581 \quad x^{4} - 2490, 91905 \quad x^{5}$ 

 $B_{x^{(x)}} = -9201,0091 + 39362,6896$  x - 67245,207  $x^2 + 57349,61429$   $x^3 - 24417,17984$   $x^4 + 4151,95638$   $x^5$ Nous notons que la comparaison des résultats numériques avec ceux donnés par les corrélations est satisfaisante puisque l'écart relatif n'excède pas 1% *(Tableau 1)*.



Figure 2 : Evolution de la vitesse extérieure  $\frac{U e}{U_{\infty}}$ à la couche limite autour d'une sphère de rayon R. Comparaison des résultats de nos calculs avec ceux déduits de la littérature :  $\frac{Ue}{U_{\infty}} = \frac{3}{2} \sin\left(\frac{x}{R}\right)$ 

**Tableau 1** : Comparaison entre les résultats numériques et ceux déduits des corrélations de  $\frac{Ue_{-x}}{U_{-\infty}}$  en fonction de x<sub>+</sub> pour  $\alpha = 25^{\circ}$  et  $\phi = 90^{\circ}$  sur le cône

Х+	Calculs	Corrélations	Err. rel. %
0,081	0,76354	0,76177	0.232
0,113	0,77623	0,77849	0,291
0,145	0.78793	0.78929	0,173
0,177	0,79856	0,79809	0,060
0,210	0,80841	0,80680	0,199
0,242	0,81774	0,81610	0,201
0,274	0,82674	0,82592	0,099
0,306	0,83556	0,83590	0,041
0,339	0,84431	0,84564	0,157
0,371	0,85313	0,85490	0,207
0,403	0,86209	0,86364	0,180
0,435	0,87131	0,87207	0,087
0,468	0,88088	0,88056	0,037
0,500	0,89092	0,88958	0,151
0,532	0,90155	0,89961	0,216
0,565	0,91292	0,91103	0,207
0,597	0,92520	0,92406	0,123
0,629	0,93861	0,93875	0,014
0,661	0,95345	0,95495	0,158
0,694	0,97009	0,97251	0,249
0,726	0,98906	0,99141	0,237
0,758	1,01120	1,01220	0,099
0,790	1,03750	1,03620	0,131
0,823	1,07010	1,06650	0,337
0,855	1,11230	1,10860	0,329
0,887	1,17040	1,17120	0,062
0,919	1,25950	1,26760	0,633
0,952	1,42250	1,41710	0,381

#### 2-3. Méthode numérique

Le domaine d'étude est décomposé en parallélépipèdes curvilignes rattachés au corps et définis par les pas adimensionnels  $\Delta x_+$ ,  $\Delta y_+$ ,  $\Delta \phi_+$  de telle sorte que qu'il soit décrit par (L - 1)  $\Delta x_+$ . (M - 1)  $\Delta y_+$  (N - 1)  $\Delta \phi_+$ . Les *Équations* de conservation (1) - (4) associées aux conditions aux limites (5) et (6) sont discrétisées à l'aide

d'une méthode implicite aux différences finies. Pour alléger les notations, nous posons :

$$U = V_{x}^{+}; V = V_{y}^{+}; W = V_{\varphi}^{+}; Ue = Ue^{+}; T = T^{+}.$$

Les *Équations* de conservation discrétisées se mettent sous la forme suivante :

$$A_{i}F_{i-1} + B_{i}F_{i} + C_{i}F_{i+1} = D_{i}$$
  $2 \le j \le JMAX - 1$  (14)

où F représente les grandeurs T, U et W, JMAX caractérise l'épaisseur de la couche limite.

Les systèmes d'*Équations* algébriques (14) associés aux conditions aux limites discrétisées sont résolus par l'algorithme de Thomas. La composante normale *V* de la vitesse est déduite de l'*Équation* de continuité :

$$V_{i+1,j+1}^{k} = V_{i+1,j}^{k} - \Delta y_{+} \left[ \frac{U_{i+1,j}^{k} - U_{i,j}^{k}}{\Delta x_{+}} + \frac{W_{i+1,j}^{k+1} - W_{i+1,j}^{k-1}}{r_{i+1}^{k} (2 \Delta \varphi_{+})} + \frac{U_{i+1,j}^{k}}{\Delta x_{+}} \left( 1 - \frac{r_{i}^{+}}{r_{i+1}^{+}} \right) \right]$$
(15)

$$1 \le i \le L - 1$$
 ,  $2 \le k \le N - 1$  ,  $2 \le j \le JMAX$ 

La convergence au sein de la couche limite est supposée atteinte lorsque le critère suivant est vérifié simultanément pour T, U et W:

$$\left|\frac{\mathbf{F}_{j\max} - \mathbf{F}_{l}}{\mathbf{F}_{l}}\right| \leq \varepsilon \tag{16}$$

où  $F = (T, U, W), I = \infty$  pour T, I = ex pour U et  $I = e\varphi$  pour  $W, \varepsilon = 10^{-3}$  pour T, U et W.

Les dérivées partielles des expressions du nombre de Nusselt local et des coefficients de frottement pariétal sont approchées par une discrétisation à 3 points.

#### 3. Résultats et discussion

Les résultats présentés ici sont obtenus avec un cône de demi-angle d'ouverture  $\Theta_0 = 20^\circ$  de longueur égale au rayon de la sphère R et pour Pr = 0,7, T<sub>p</sub> = 373 K et T<sub>∞</sub> = 273 K. Les *Figure 3* et *Figure 4* illustrent l'évolution du nombre de Nusselt local représenté par la quantité adimensionnelle <sub>Nu .Re</sub>  $\sum_{n=2}^{1/2}$  en fonction de  $x_+$  et de  $\varphi$  respectivement. On remarque que l'échange de chaleur entre la paroi et l'air est uniforme autour du tronc de cône à l'exception du bord d'attaque et de la région du raccordement, zones dans lesquelles l'écoulement subit des perturbations. Il est à noter que le nombre de Nusselt local, pratiquement constant le long de la paroi du cône, décroît brusquement pour tendre asymptotiquement vers une valeur constant le long de la calotte sphérique. Cette évolution est due à la symétrie de révolution et à un changement brusque de la courbure de la surface du corps au niveau du raccordement entre le cône et la calotte sphérique. L'accroissement de l'angle d'inclinaison du cône provoque une atténuation de l'échange de chaleur entre la paroi et le fluide.



**Figure 3** : Nombre de Nusselt local en fonction de x + pour plusieurs valeurs de  $\alpha$ ,  $\phi = 0^{\circ}$  puis  $\phi = 180$ 



**Figure 4 :** Nombre de Nusselt local en fonction de  $\phi$  pour plusieurs valeurs de  $\alpha$ , x + = 0.5 puis x + = 1.1.

Le coefficient de frottement pariétal augmente le long de la paroi du cône pour atteindre une valeur maximale localisée au voisinage de la zone de raccordement entre le cône et la calotte sphérique puis décroît brusquement pour tendre vers une valeur nulle le long de la calotte sphérique (*Figure 5*). Cette évolution explique le décollement de la couche limite. Le point de décollement se rapproche de la zone de raccordement au fur et à mesure de l'accroissement de l'angle d'inclinaison. Pour  $\alpha = 20^{\circ}$ , le décollement a lieu au voisinage de l'abscisse  $x_+ = 1,26$  sur le méridien  $\varphi = 180^{\circ}$  (*Figure 5a*), et à l'abscisse  $x_+ = 1,2$  pour  $\alpha = 25^{\circ}$  (*Figure 5b*). Ces courbes montrent également qu'il existe une ligne privilégiée sur laquelle la valeur du coefficient de frottement  $Cf_u$  ne dépend pas de  $\varphi$ . Cette ligne se situe au voisinage de la ligne de raccordement, à l'abscisse  $x_+ = 0,92$ . Ces résultats sont corroborés par l'évolution suivant un profil sinusoïdal avec  $\varphi$  de  $Cf_u$ . En effet, pour des valeurs de  $\varphi$  comprises entre 0° et 180° le coefficient de frottement croît avec  $x_+$  jusqu'à atteindre une valeur maximale au voisinage de  $x_+ = 1$ . Cette valeur et la position  $x_+$ correspondante diminuent avec l'augmentation de  $\varphi$ . Il est à noter que les valeurs de ce coefficient augmentent avec  $\varphi$  pour  $x_+$  inférieur à 0,92 et diminuent avec l'augmentation de  $\varphi$  pour  $x_+$  supérieur à 0,92.



**Figure 5.a :** Coefficient de frottement suivant  $x_+$  en fonction de  $x_+$  pour  $\alpha = 20^\circ$ 



**Figure 5.b** : Coefficient de frottement suivant  $x_+$  en fonction de  $x_+$  pour  $\alpha = 25$ 

Le coefficient de frottement pariétal suivant  $\phi$ , qui est représenté par la quantité adimensionnelle  $\frac{1}{2}_{CF_w.Re} \frac{1}{\omega}$ , évolue globalement avec  $\phi$  suivant un profil sinusoïdal *(Figure 7)*. Il semble logique que sa valeur soit maximale au méridien  $\phi = 90^{\circ}$  et nulle en  $\phi = 0^{\circ}$  et  $\phi = 180^{\circ}$ . Cette évolution corrobore celle de la composante azimutale adimensionnelle de la vitesse.



**Figure 6 :** Coefficient de frottement suivant  $x_+$  en fonction de  $\varphi : \alpha = 10^\circ$ ;  $\alpha = 20^\circ$ 

François d'Assise RAKOTOMANGA et Edouard ALIDINA



**Figure 7 :** Coefficient de frottement suivant  $\varphi$  en fonction de  $\varphi$  :  $x_+ = 0.5$ ;  $x_+ = 1, 1$ 

Les valeurs négatives de la composante normale de la vitesse caractérisent un mouvement du fluide vers la paroi. Ces valeurs montrent que ce mouvement au niveau de la paroi inférieure est, parce que l'écoulement est dissymétrique, supérieur à celle observée à la paroi supérieure du cône *(Figure 8)*. Cela démontre que le fluide adhère mieux à la paroi la plus exposée à l'écoulement. Toutefois, le fluide est refoulé par la paroi de la calotte sphérique, suite à la perturbation que subit l'écoulement lorsque le fluide traverse la ligne de raccordement. Lorsque l'angle d'inclinaison est relativement élevé, l'amplification du refoulement du fluide par la paroi de la face supérieure de la calotte prédit le décollement rapide de l'écoulement dans cette zone. Nous constatons, d'une part, que la température et les composantes adimensionnelles de la vitesse évoluent linéairement dans la couche limite suivant la normale et, d'autre part, que l'épaisseur de la couche limite varie très faiblement aussi bien suivant  $x_+$  que suivant  $\varphi$ . L'influence de l'inclinaison du corps se traduit par une légère augmentation de l'épaisseur de la couche limite *(Figure 9)*.



**Figure 8 :** Vitesse normale dans la couche limite sur les méridiens inférieur ( $\phi = 0^\circ$ ) et supérieur ( $\phi = 180^\circ$ )



**Figure 9 :** Vitesse méridienne et température dans la couche limite sur le méridien  $\varphi = 90^{\circ}$  pour  $x_{+} = 0.5$ 

François d'Assise RAKOTOMANGA et Edouard ALIDINA

## 4. Conclusion

Nous avons procédé une étude numérique de l'écoulement et des transferts de chaleur dans la couche limite développée autour d'un cône de révolution fermé par une calotte sphérique et plongé dans un écoulement forcé vertical ascendant. Les équations de conservation ont été résolues par un schéma implicite aux différences finies et la méthode de factorisation couplée à la méthode des singularités pour déterminer la distribution de la vitesse extérieure à la couche limite. Les résultats montrent notamment que la variation rapide de la géométrie du corps génère de forte perturbation de l'écoulement aux voisinages de la circonférence de contact et que l'évolution du champ de vitesse extérieure est relativement complexe. Cette évolution est confirmée par celle du coefficient de frottement pariétal suivant la ligne méridienne, ce dernier atteignant sa valeur maximale au niveau du raccordement avant de tendre aussi rapidement vers une valeur nulle sur la sphère. Nous avons proposé des corrélations pratiques pour décrire les composantes de la vitesse extérieure pour une ouverture donnée du cône.

#### Références

- [1] B. PULLEPU, A. J. CHAMKHA, "Numerical solutions of unsteady laminar free convection from a vertical cone with non-uniform surface heat flux", Journal of Applied Fluid Mechanics, 6 (3) (2013) 357 - 367.
- [2] D. ANILKUMAR, S. ROY, "Unsteady mixed convection flow on a rotating cone in a rotating fluid", Applied Mathematics and Computation, 155 (2) (2004) 545 - 561.
- [3] P. J. SINGH, S. ROY, "Unsteady mixed convection flow over a vertical cone due to impulsive motion", International Journal of Heat and Mass Transfer, 50 (2007) 949-959.
- [4] H. KOYAMA, A. NAKAYAMA, S. OHSAWA, H. YAMADA, "Theorical and experimental study of free convection from a vertical frustum of a cone of a finite length", International Journal Heat and Mass Transfer, 28 (5) (1985) 969 - 976.
- [5] Md M. ALAM, M. A. ALIM, Md. M. K. CHOWDHURY, "Free convection from a vertical permeable circular cone with pressure work and non-uniform surface temperature", Nonlinear Analysis, 12 (1) (2007) 21 - 32.
- [6] M. SIABDALLAH, B. ZEGHMATI, M. DAGUENET, " *Etude de la convection naturelle thermique et massique dans la couche limite autour d'un tronc de cône à paroi sinusoïdale* ", 12è Journée Internationale de Thermique, Maroc, (2005).
- POP, TSUNG-YEN, "Natural convection over a vertical wavy frustum of a cone", Int. J. Num. Non-linear Mechanics, 33 (1999) 925 - 934.
- [8] U. CANISSUS, F.A. RAKOTOMANGA, E. ALIDINA, " Etude numérique de la convection naturelle tridimensionnelle autour d'un cône de révolution incliné ", Afrique Sciences 11 (1) (2015) 1 - 11, http://afriquescience.info
- [9] B. PULLEPU, P. SAMBATH, "*Free convection flow of dissipative fluid from nonisothermal vertical cone* ", Journal of Engineering Physics and Thermophysics, 87 (4) (2014) 962 - 972.
- [10] J. H. SCHLICHTING, "Boundary-layer theory", Mc Graw Hill, (1968).