

## Profil des tensions de réseaux électriques haute tension par les méthodes prédicteur-correcteur de l'écoulement de puissance continu

Yao BOKOVI\*, Comlanvi ADJAMAGBO, Adekunlé Akim SALAMI et Ayité Sénah Akoda AJAVON

*Université de Lomé (UL), Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs (ENSI), Centre d'Excellence Régional pour la Maîtrise de l'Electricité (CERME), Département de Génie Electrique, Laboratoire de Recherche en Sciences de l'Ingénieur (LARS), BP 1515, Lomé, Togo*

\* Correspondance, courriel : [bokoviyao@gmail.com](mailto:bokoviyao@gmail.com)

### Résumé

Le profil des tensions aux nœuds d'un réseau électrique Haute Tension permet de prédire la stabilité des tensions dudit réseau électrique pour garantir l'adéquation production-consommation. La présente étude est restreinte à la variation de la demande en puissance active d'un nœud PQ en vue d'obtenir le profil de tension de tout le réseau du transport d'électricité. La limite de l'augmentation maximale de la demande en puissance active pour une stabilité de tension du réseau est recherchée ainsi que celle définissant le point d'écroulement dudit réseau. La méthode de Newton-Raphson couplé aux méthodes de Prédicteur-Correcteur a donc été utilisée pour le Continuation Power Flow (CPF) sur le réseau de transport d'électricité du Togo. Les résultats issus des courbes du profil des tensions aux nœuds de ce réseau électrique ont montré qu'en augmentant de façon uniforme la charge (consommation) à un nœud de consommation, les tensions (amplitudes et phases) diminuent de valeur à tous les nœuds du réseau mais à des proportions différentes jusqu'au point d'écroulement. Ceci permettra au gestionnaire du réseau de contrôler la production par rapport à la demande en énergie électrique en vue d'assurer la stabilité du réseau électrique.

**Mots-clés :** *réseau électrique HT, profil des tensions, Newton-Raphson, continuation power flow.*

### Abstract

**High voltage electrical network voltage profile by predictor-corrector of continuous power flow**

The profile of the voltages at the nodes of a High Voltage power grid makes it possible to predict the stability of the voltages of the said power grid to guarantee the adequacy of production and consumption. The present study is restricted to the variation of the active power demand of a PQ node in order to obtain the voltage profile of the entire power grid. The limit of the maximum increase in active power demand for grid voltage stability is sought as well as that defining the point of failure of said network. The Newton-Raphson method coupled with Predictor-Corrector methods was so used for Continuation Power Flow (CPF) on Togo's High Voltage power grid. The results from the curves of the profile of the voltages at the nodes of this power grid showed that by uniformly increasing the load (consumption) at a consumption node, the voltages (magnitudes and phases) decrease in value at all the nodes of the network but in different proportions up to the point of collapse. This will allow the grid operator to control production against the demand for electrical energy in order to ensure the stability of the power grid.

**Keywords :** *AC high voltage power network, voltage profile, Newton-Raphson, continuation power flow.*

## 1. Introduction

Les réseaux électriques Haute Tension (HT) servent de liaison entre les centres de production et les grandes zones de consommation d'énergie électrique ; ces réseaux sont dits de transport voire d'interconnexion d'énergie électrique [1]. Ils sont caractérisés par des nœuds auxquels sont associés des groupes de production, des charges (consommations), des lignes et des transformateurs d'énergie électriques. Ceci conduit au système électrique constitué de la production, du transport et de la consommation (charges) d'énergie électrique dont les objectifs majeurs sont la recherche de la qualité et la réduction des coûts de fonctionnement dans le respect des contraintes de sécurité dudit système [2]. Les contraintes majeures de sécurité dans un réseau électrique HT sont la limite de stabilité et le profil des tensions [3, 4]. La stabilité est liée à la capacité de transit de puissance des lignes de transport [5]. Le profil des tensions aux nœuds du réseau permet d'évaluer la variation de la tension de chaque nœud du réseau en vue de contrôler la stabilité dudit réseau dans ses limites pour garantir une adéquation production - consommation [6]. Plusieurs études ont été faites sur la stabilité en tension basées sur des analyses répétées de l'écoulement de puissance (Power Flow : PF) avec la méthode de Newton-Raphson [7]. La difficulté majeure de cette méthode est la matrice Jacobienne de Newton-Raphson qui devient singulière au point critique de la limite de la stabilité en tension ; ce qui entraîne une erreur et une divergence dans la solution de l'écoulement de puissance au point critique [7 - 9]. Pour remédier à ces insuffisances, on reformule les équations du PF en appliquant une technique locale de paramétrisation continue appelée l'écoulement de puissance continu (Continuation Power Flow : CPF) [7, 10]. La méthode du CPF permet d'étudier aisément la stabilité en tensions des systèmes électriques [7, 11, 12]. Plusieurs études de stabilité en tension ont été effectuées dans ce sens. Kumar a étudié dans [13] la stabilité du réseau électrique à l'aide du CPF après insertion d'une centrale éolienne dans ledit réseau. Wang a utilisé le CPF dans [11] pour faire la simulation de l'état quasi-stable d'un système électrique. Dans [14], la simulation de la restauration dynamique de la charge a été développée à l'aide du CPF. Le CPF a été utilisé dans [12] pour l'étude de la stabilité en tension en fonction de l'évolution de la charge à la frontière entre le réseau de transport et celui de distribution de l'énergie électrique. Quant à l'étude des chutes subites de tension à des nœuds d'un réseau électrique, dans [15], le CPF a conduit à de bons résultats. Avec le CPF la solution à un point de bifurcation de la variation de la tension  $V$  en fonction de la puissance réactive  $Q$  consommée a été trouvée en traçant les courbes  $Q-V$  [16]. Ainsi dans la présente étude, le CPF est utilisé pour tracer le profil de tension (amplitude  $V$  et phase  $\delta$ ) de réseau électrique HT en fonction de la variation de la puissance active  $P$  d'un nœud PQ (charge) local choisi. On cherche en général à trouver à un nœud PQ le niveau de demande en puissance active au-delà duquel le réseau électrique s'écroulera. Enfin on déterminera le niveau de l'augmentation maximale de demande en puissance active que peut supporter le système pour maintenir une stabilité de tension statique. Ceci permettra d'obtenir les courbes  $P-V$  des différents nœuds (bus) du réseau électrique afin de prédire la stabilité en tension dudit réseau pour garantir l'adéquation production-consommation.

## 2. Méthodologie

### 2-1. La méthode du Continuation Power Flow : CPF

La méthode du CPF commence par les conditions de base en utilisant les solutions conventionnelles de la répartition des charges (Load Flow : LF) à partir de l'algorithme de Newton-Raphson pour calculer le paramètre de base noté  $\lambda$  [16]. Pour ce faire, on reformule l'équation du Load Flow pour y introduire un paramètre de charge  $\lambda$ . On réécrit l'équation du Load Flow sous forme matricielle connue comme la matrice Jacobienne  $J$ . Considérons l'équation conventionnelle du Load Flow définie à la relation (1), [15 - 18].

$$\begin{bmatrix} P_i - P_{gi} + P_{Li} \\ Q_i - Q_{gi} + Q_{Li} \end{bmatrix} = 0 \tag{1}$$

avec,

$$P_i = \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \tag{2}$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \tag{3}$$

où,  $P_i$  et  $Q_i$  sont respectivement les puissances active et réactive au nœud  $i$ ;  $P_{gi}$  et  $Q_{gi}$  les puissances active et réactive générées au nœud  $i$ ;  $P_{Li}$  et  $Q_{Li}$  les puissances active et réactive consommées au nœud  $i$ ;  $V_i \angle \delta_i$  et  $V_k \angle \delta_k$  les tensions aux nœuds  $i$  et  $k$ ;  $Y_{ik} \angle \theta_{ik}$  l'élément admittance  $(i,k)$  de la matrice admittance  $Y_{bus}$ ;  $n$  est le nombre total de nœud du réseau électrique.

En posant  $P_i^{inj} = P_{gi} - P_{Li}$  et  $Q_i^{inj} = Q_{gi} - Q_{Li}$ , on réécrit la relation (1) en ***l'Équation (4)***.

$$g(\delta, V) = \begin{bmatrix} P(\delta, V) - P^{inj} \\ Q(\delta, V) - Q^{inj} \end{bmatrix} = 0 \tag{4}$$

où,  $P(\delta, V)$  et  $Q(\delta, V)$  sont les vecteurs des puissances active et réactive du réseau;  $(\delta, V)$  vecteur variable composée de la phase et de l'amplitude de la tension de chaque nœud du réseau;  $P^{inj}$  et  $Q^{inj}$  sont les vecteurs des puissances active et réactive injectées de chaque nœud du réseau.

Afin de connaître l'état du système électrique pour différents facteurs de charge, il faut ajouter une variable d'état  $\lambda$  à l'équation (4); on peut obtenir le tracé de  $\delta$  et  $V$  en variant  $\lambda$  [8, 17]. Le système d'équation (4) devient alors celui de ***l'Équation (5)***.

$$f(\delta, V, \lambda) = \begin{bmatrix} P(\delta, V) - \lambda P^{inj} \\ Q(\delta, V) - \lambda Q^{inj} \end{bmatrix} = 0 \tag{5}$$

où,  $\lambda$  est le paramètre continu tel que  $0 \leq \lambda \leq \lambda_{max}$ .

Dans la méthode de Newton-Raphson (méthode non développée dans ce papier) pour le Load Flow, la matrice Jacobienne reformulée du système ***d'Équations (5)*** est écrite à ***l'Équation (6)***, [8, 16].

$$J(\delta, V, \lambda) = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial V_{m+2}} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial V_n} & \frac{\partial P_2}{\partial \lambda} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m+2}} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_n} & \frac{\partial P_n}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial Q_{m+2}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_{m+2}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_{m+2}}{\partial V_{m+2}} & \dots & \frac{\partial Q_{m+2}}{\partial V_n} & \frac{\partial Q_{m+2}}{\partial \lambda} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{m+2}} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial \lambda} \end{pmatrix} \tag{6}$$

Cette matrice Jacobienne permet de trouver le point de bifurcation du système par augmentation graduelle systématique du facteur de charge  $\lambda$  du système grâce au CPF. Les techniques de CPF sont un outil très robuste pour le calcul de trajectoires d'un ou plusieurs paramètres [8]. Le système considéré est résumé par ***l'Équation (5)***. Le Continuation Power Flow (CPF) est un processus itératif qui à partir d'une solution initiale définie par  $(\delta^j, V^j, \lambda^j)$ , consiste à calculer une nouvelle situation  $(\delta^{j+1}, V^{j+1}, \lambda^{j+1})$  avec  $\lambda^j > \lambda^{j+1}$ . Ce processus converge ainsi vers  $\lambda_{\max}$ . Le CPF s'effectue alors en trois étapes à savoir la paramétrisation, la prédiction et la correction. La paramétrisation est mathématiquement un moyen d'identification de chaque solution afin que la solution suivante ou la précédente puisse être évaluée. Dans ce papier la paramétrisation naturelle qui prend directement  $\lambda$  comme paramètre a été utilisée selon ***l'Équation (7)***.

$$p^j(\delta, V, \lambda) = \lambda - \lambda^j - \sigma = 0 \quad (7)$$

où,  $\lambda^j$  est le paramètre initial ;  $\lambda$  le paramètre nouveau et  $\sigma$  la mesure continue du pas.

La prédiction est le procédé qui consiste à produire une estimation  $\left( \delta^{\wedge j+1}, V^{\wedge j+1}, \lambda^{\wedge j+1} \right)$  de la solution nouvelle

selon ***l'Équation (8)***.

$$\begin{bmatrix} \delta^{\wedge j+1} \\ \delta^{\wedge j+1} \\ V^{\wedge j+1} \\ \lambda^{\wedge j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^j \\ V^j \\ \lambda^j \end{bmatrix} + \overline{\sigma} z_j \quad (8)$$

avec,

$$\overline{z}_j = \frac{z_j}{\|z_j\|_2} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} f_\delta & f_V & f_\lambda \\ e_k \end{bmatrix} z_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

où,  $z_j = [d\delta \ dV \ d\lambda]$  est le vecteur tangent ;  $\overline{z}_j$  est le vecteur tangent normalisé ;  $e_k = [p_\delta^{j-1} \ p_V^{j-1} \ p_\lambda^{j-1}]$  est le vecteur ligne bien approprié et dimensionné tels que tous ses éléments soient nuls à l'exception du  $k^{\text{ième}}$  élément qui vaut  $\pm 1$  le signe de la variation ;  $k$  est l'indice du composant maximal du vecteur tangent respectant ***l'Équation (11)***, [15].

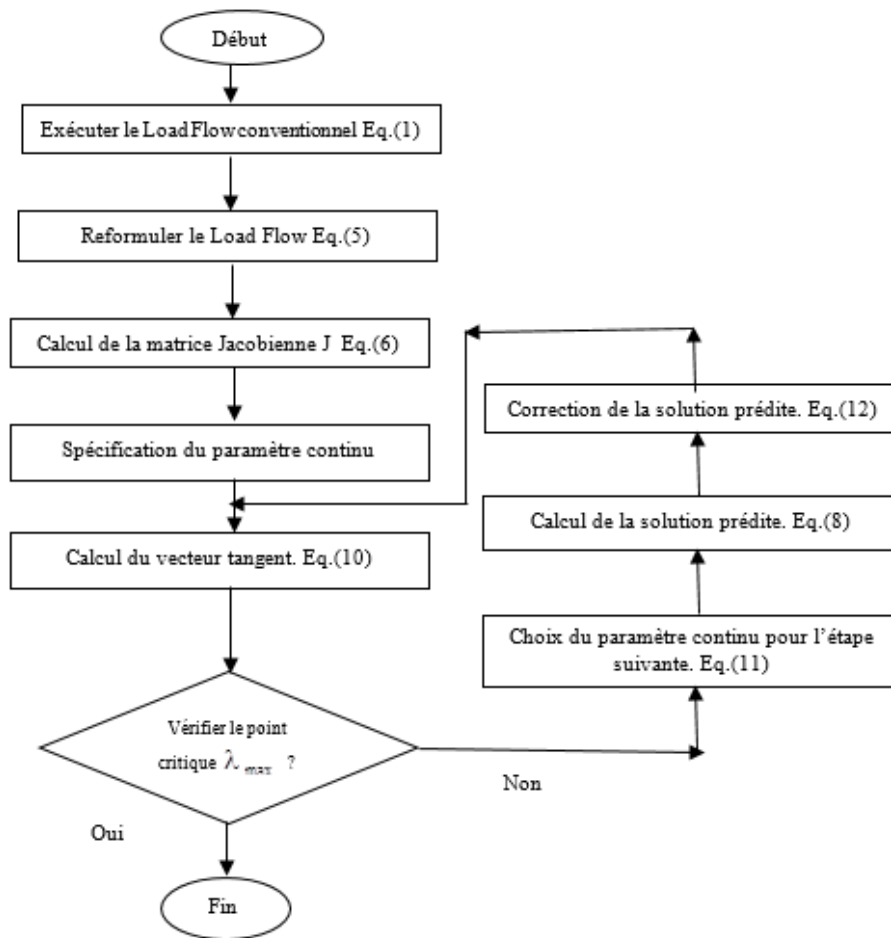
$$(\delta_k, V_k) : |z_k| = \max \{|z_1|, |z_2|, \dots, |z_N|\} \quad (11)$$

où,  $N = 2n_1 + n_2 + 1$  avec  $n_1$  le nombre de nœud PQ et  $n_2$  celui de nœud PV.

L'étape de la correction permet d'obtenir la nouvelle solution  $(\delta^{j+1}, V^{j+1}, \lambda^{j+1})$  en corrigeant la solution prédite  $\left( \delta^{\wedge j+1}, V^{\wedge j+1}, \lambda^{\wedge j+1} \right)$ . La méthode de Newton-Raphson est mise à contribution pour trouver cette nouvelle solution en résolvant le système d'équation de ***l'Équation (12)***.

$$\begin{bmatrix} f(\delta, V, \lambda) \\ p^j(\delta, V, \lambda) \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

La **Figure 1** montre le principe du Continuation Power Flow (CPF) tel que décrit plus haut.



**Figure 1** : Principe du Continuation Power Flow (CPF), [15, 16]

## 2-2. Formulation du problème

Etant donné un système électrique constitué de  $n_1$  nœuds PQ (charges), de  $n_2$  nœuds PV (production), d'un nœud slack et de  $N_L$  branches de lignes de transport, on désire trouver le profil de tension (amplitude  $V$  et phase) aux différents nœuds du système tout en variant localement la puissance active  $P$  d'un nœud PQ dont le numéro sera désigné  $N_{PQ}$ . La puissance active  $P$  du nœud  $N_{PQ}$  sera paramétrée par  $\lambda$  et va varier de zéro jusqu'au point de transfert de puissance maximale afin que les courbes  $P-V$  ( $\delta$  et  $V$  en fonction de  $P$ ) soient tracées en utilisant le CPF. On redéfinit les puissances actives et réactive du nœud  $N_{PQ}$  par **l'Équation (13)**.

$$\begin{cases} P_{N_{PQ}}^{inj} = -\lambda P_{N_{PQ0}}^{inj} \\ Q_{N_{PQ}}^{inj} = -\lambda Q_{N_{PQ0}}^{inj} \end{cases} \quad (13)$$

où,  $\lambda$  est le paramètre charge variant de 0 à  $\lambda_{max}$ ;  $P_{N_{PQ0}}^{inj}$  et  $Q_{N_{PQ0}}^{inj}$  sont respectivement les puissances active et réactive initiales au nœud  $N_{PQ}$ .

Ainsi les courbes de la phase  $\delta$  en fonction de  $P$  seront obtenues à tous les nœuds PV et PQ alors que celles de l'amplitude  $V$  se feront tracer à tous les nœuds PQ du système électrique. Le vecteur variable  $x$  est défini à **l'Équation (14)**.

$$x = [\delta_2 \ \delta_3 \ \dots \ \delta_n \ V_{m+2} \ V_{m+3} \ \dots \ V_n \ \lambda] \quad (14)$$

où, le nombre total d'éléments variables est  $N_V = 2n - m - 1$  avec  $n$  égale le nombre total de nœud et vaut  $n_1 + n_2 + 1$ .

Pour obtenir les courbes P-V (c.à.d.  $\delta$  et  $V$  en fonction de  $P$ ), trois cas de figures ont été appliqués au nœud  $N_{PQ}$  pour obtenir le vecteur  $e_k$  (défini dans la **Relation (10)**) à  $N_V$  éléments. Le 1<sup>er</sup> cas de figure est la croissance de la puissance active  $P_{N_{PQ}}^{inj}$  du nœud  $N_{PQ}$  par le paramètre  $\lambda$  selon **l'Équation (15)**.

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 \quad (15)$$

où,  $\Delta\lambda$  est la valeur du pas positif de la variation de  $\lambda$  ;  $\lambda_0$  est la valeur de  $\lambda$  à l'itération précédente.

**L'Équation (16)** donne le vecteur  $e_k$  à  $N_V = 2n - m - 1$  éléments.

$$e_k = [000 \dots 01] \quad (16)$$

Le 2<sup>ème</sup> cas de figure est la décroissance de la tension en chute de tension au nœud  $N_{PQ}$  selon **l'Équation (17)**.

$$\Delta V = -V_{N_{PQ}} + V_{N_{PQ0}} \quad (17)$$

où,  $\Delta V$  est la valeur du pas positif de la variation de la tension  $V$  au nœud  $N_{PQ}$  ;  $V_{N_{PQ0}}$  est la valeur de  $V$  au nœud  $N_{PQ}$  à l'itération précédente.

**L'Équation (18)** donne le nouveau vecteur  $e_k$  à  $N_V = 2n - m - 1$  éléments où la valeur du  $(n + N_{PQ} - 3)$ <sup>ème</sup> élément vaut - 1.

$$e_k = [000 \dots -100 \dots 0] \quad (18)$$

Le 3<sup>ème</sup> cas de figure est la décroissance de la puissance active  $P_{N_{PQ}}^{inj}$  du nœud  $N_{PQ}$  par le paramètre  $\lambda$  selon **l'Équation (19)**.

$$\Delta\lambda = -\lambda + \lambda_0 \quad (19)$$

où,  $\Delta\lambda$  est la valeur du pas positif de la variation de  $\lambda$  ;  $\lambda_0$  est la valeur de  $\lambda$  à l'itération précédente.

**L'Équation (20)** donne pour ce 3<sup>ème</sup> cas de figure le vecteur  $e_k$  à  $N_V = (2n - m - 1)$  éléments où le dernier élément vaut - 1.

$$e_k = [000 \dots 0-1] \quad (20)$$

### 2-3. Présentation des données

Le réseau électrique du Togo représenté à la **Figure 2** et constitué de 15 lignes de transport d'énergie électrique et de 14 nœuds est utilisé dans ce papier.

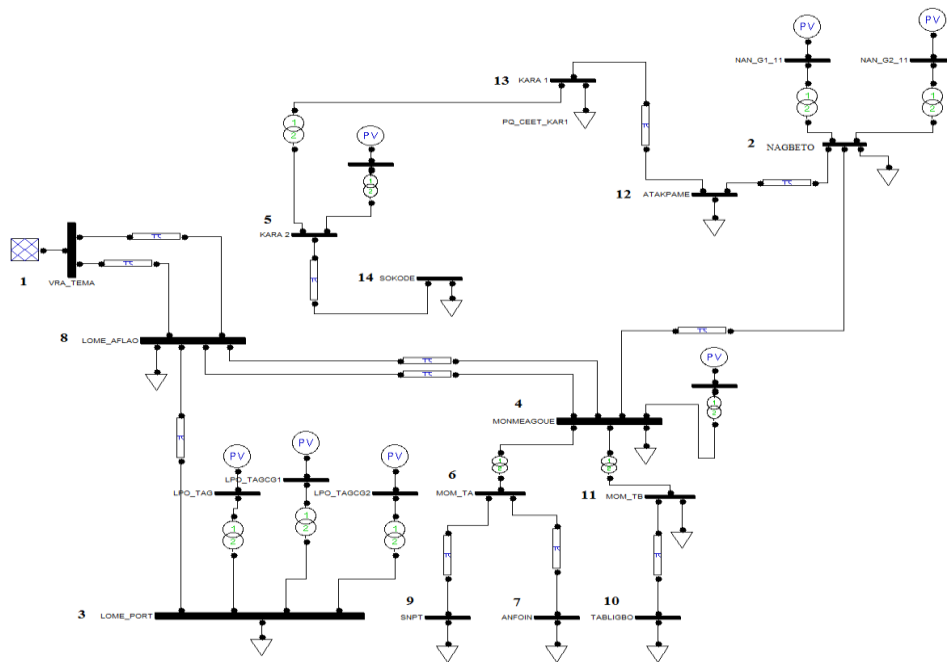


Figure 2 : Le réseau électrique du Togo

Ce réseau électrique de 14 nœuds est ramené à un réseau simple de 06 nœuds représenté avec des hypothèses simplificatrices qui consistent à regrouper des nœuds et des lignes. Le **Tableau 1** donne l'équivalence des nœuds entre le réseau électrique initial et le réseau simplifié du Togo.

Tableau 1 : Équivalence des nœuds entre le réseau initial et le réseau simplifié du Togo

Regroupement des nœuds du réseau initial du Togo	Nœuds du réseau simplifié du Togo
1	1 (VRA)
2	2 (NANGBETO)
4, 6, 7, 9, 10, 11	3 (MOMEHAGOU)
3, 8	4 (LOME)
12	5 (ATAKPAME)
5, 13, 14	6 (KARA)

La **Figure 3** montre le réseau simplifié du Togo.

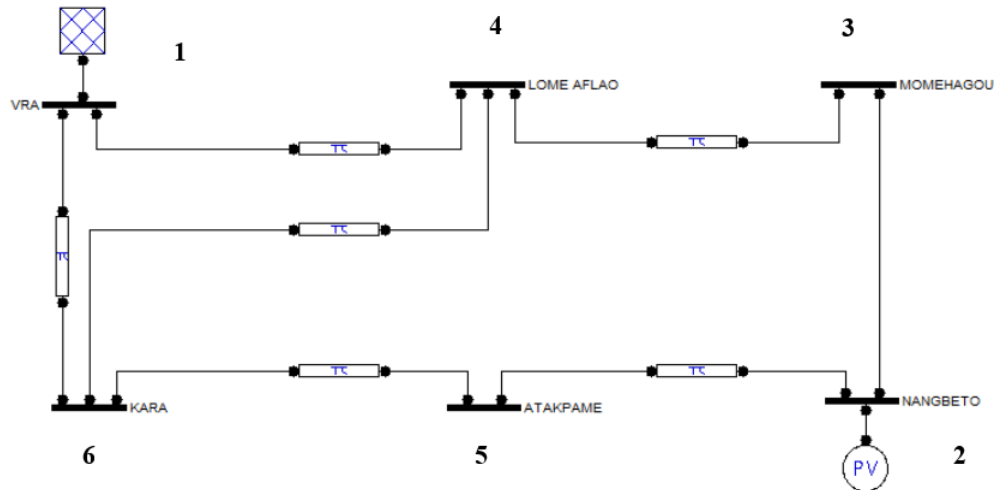


Figure 3 : Réseau électrique simplifié du Togo

Les données de ce réseau électrique simplifié constitué de 06 nœuds ont été utilisées dans ce papier. Ce réseau contient 01 nœud PV, 01 nœud slack et 04 nœuds PQ dont les paramètres sont dans le **Tableau 2**.

Tableau 2 : Les paramètres nœuds du réseau électrique simplifié du Togo

N°	Type	V[pu]	$\delta$ [rad]	$P_g$ [pu]	$Q_g$ [pu]	$P_l$ [pu]	$Q_l$ [pu]
1	0	0.9700	0	0	0	0	0
2	1	0.9806	0	0.4100	0	0.2316	0.16
3	2	1.0000	0	0	0	0.09186	0.0592
4	2	1.0000	0	0	0	0.3717	0.2274
5	2	1.0000	0	0	0	0.039	0.028
6	2	1.0000	0	0	0	0.27348	0.226

**Légende :**  
 Type : 0 = slack, 1 = PV, 2 = PQ ; V : Amplitude de la tension ;  $\delta$  : Phase de la tension ;  $P_g$  : Puissance active générée ;  $Q_g$  : Puissance réactive générée ;  $P_l$  : Puissance active consommée ;  $Q_l$  : Puissance réactive consommée.

Les caractéristiques des lignes de transport sont fournies dans le **Tableau 3**.

Tableau 3 : Les paramètres lignes du réseau électrique simplifié du Togo

N°	Arrivée	Départ	R[pu]	X[pu]	B[pu]
1	1	4	0.009104	0.027173	0.0125295
2	1	6	0.05130	0.0980	0.030
3	2	3	0.061399	0.183257	0.0845011
4	2	5	0.019319	0.057663	0.0265887
5	4	6	0.0432	0.0492	0.020
6	3	4	0.039644	0.090888	0.0396542
7	5	6	0.12650	0.37757	0.17410

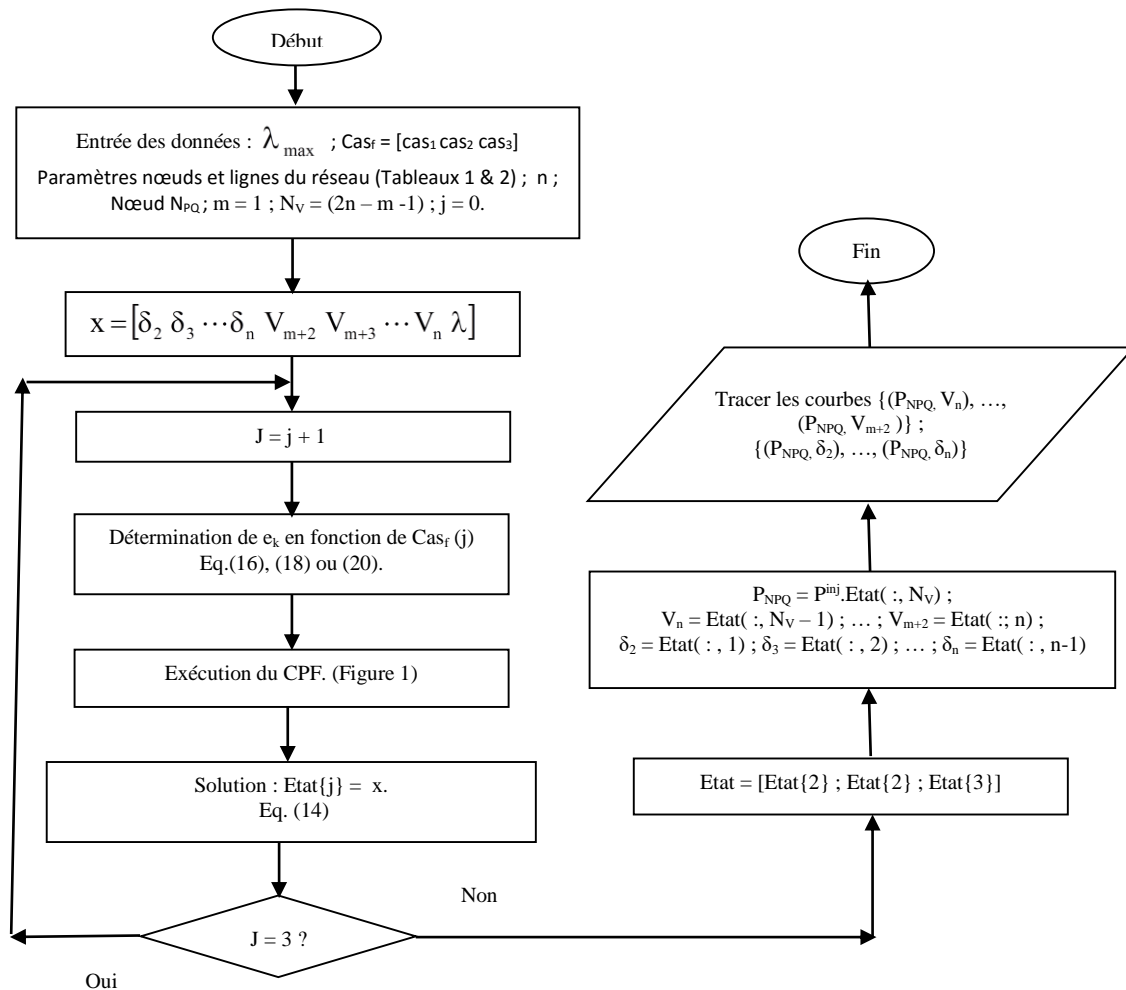
**Légende :**  
 R : Résistance ; X : Réactance ; B : Susceptance

## 2-4. Traitement des données

Dans le souci de gagner du temps lors des études de stabilité en tension des réseaux électriques HT en fonction de l'évolution de la charge, une application informatique a été réalisée en Matlab sous un environnement



Windows 10 et supérieur. Cette application n'est qu'un outil d'aide au profil de tension de réseaux électriques HT et utilise le Continuation Power Flow (CPF). L'organigramme de cet outil est représenté à la **Figure 4**. Selon cet organigramme, une fois les données du réseau électrique fourni, l'outil calcule le nombre de variable du vecteur  $x$  **Equation (14)**. Ensuite, il détermine le vecteur  $e_k$  suivant le choix du cas de figure et le numéro  $N_{PQ}$  du nœud PQ où la puissance active  $P$  sera variée. Le CPF est alors exécuté en passant par le Power Flow (PF) conventionnel. Enfin une fois les trois cas de figure exploités, l'outil affiche les résultats de l'état profilaire en tension du réseau et trace les courbes P-V ( $\delta$  et  $V$  en fonction de  $P$  du nœud  $N_{PQ}$ ). On obtient ainsi les courbes de la phase  $\delta$  à tous les nœuds PV et PQ en fonction de la puissance active  $P$  du nœud  $N_{PQ}$  alors que celles de l'amplitude  $V$  sont obtenues à tous les nœuds PQ du réseau électrique.



**Figure 4 :** Organigramme de l'outil d'aide au profil de tension

$n$  : Nombre total de nœuds ;  $N_{PQ}$  :  $N^o$  du nœud local choisi où  $P$  varie ;  $N_V$  : Nombre total de variables ; CPF : Continuation Power Flow ;  $V$  : Amplitude de la tension ;  $\delta$  : Phase (angle) de la tension ;  $\lambda$  : Paramètre lié à la puissance active  $P$  ;  $Cas_f$  : Vecteur cas de figure ;  $cas_1$  : 1<sup>er</sup> cas de figure ;  $cas_2$  : 2<sup>ème</sup> cas de figure ;  $cas_3$  : 3<sup>ème</sup> cas de figure ;

### 3. Résultats et discussion

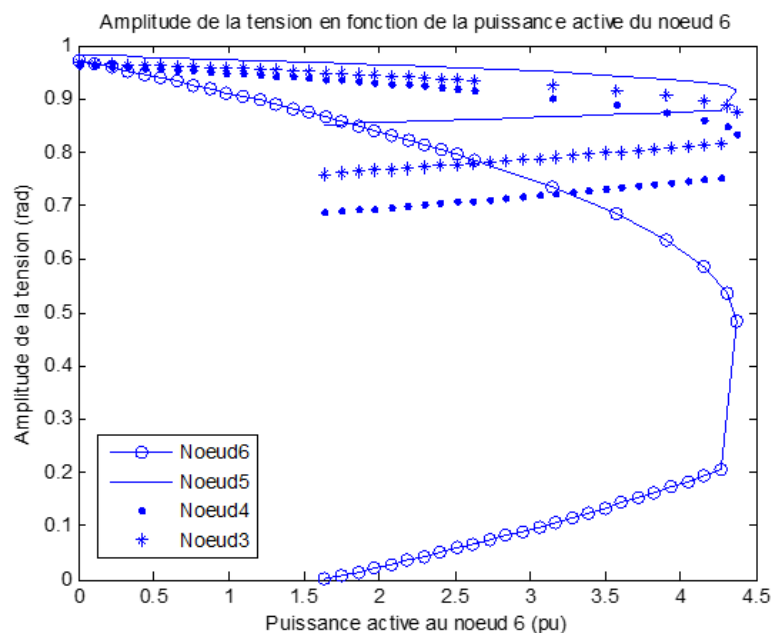
Les données initiales utilisées par le Continuation Power Flow (CPF) sont des valeurs obtenues à partir du Load Flow conventionnel. La première exécution du Load Flow conventionnel a donné des résultats. Les résultats des paramètres aux nœuds sont dans le **Tableau 4**.

**Tableau 4 : Résultats du Power Flow aux nœuds du réseau électrique simplifié du Togo**

N°	Type	V[pu]	$\delta$ [rad]	$P_g$ [pu]	$Q_g$ [pu]	$P_L$ [pu]	$Q_L$ [pu]
1	0	0.9700	0	0.6032	0.2150	0	0
2	1	0.9806	- 0.0025	0.41	0.1366	0.2316	0.1600
3	2	0.9653	- 0.0128	0	0	0.09186	0.0592
4	2	0.9608	- 0.0112	0	0	0.3717	0.2274
5	2	0.9802	- 0.0029	0	0	0.0390	0.0280
6	2	0.9562	- 0.0138	0	0	0.27348	0.2260

**Légende :**  
 Type : 0 = slack, 1 = PV, 2 = PQ ; V : Amplitude de la tension ;  $\delta$  : Phase de la tension ;  $P_g$  : Puissance active générée ;  $Q_g$  : Puissance réactive générée ;  $P_L$  : Puissance active consommée ;  $Q_L$  : Puissance réactive consommée

Les paramètres aux nœuds du réseau électrique obtenus dans le **Tableau 3** sont satisfaisants car les tensions respectent la contrainte telle que  $0.9 \leq V[\text{pu}] \leq 1.2$ . Ces résultats intermédiaires ont été exploités par l'exécution du CPF pour produire les résultats définitifs résumés dans le **Tableau 5**. A partir des résultats du **Tableau 5**, on a les courbes P-V du profil des tensions du réseau électrique. La **Figure 5** montre les courbes des amplitudes V des tensions à tous les nœuds PQ en fonction de la variation de la puissance active du nœud 6.



**Figure 5 : Courbe de variation de l'amplitude de la tension à tous les nœuds PQ**

La **Figure 6** représente les courbes de variation de la phase  $\delta$  des tensions des nœuds PV et PQ en fonction de la variation de la puissance active du nœud 6.

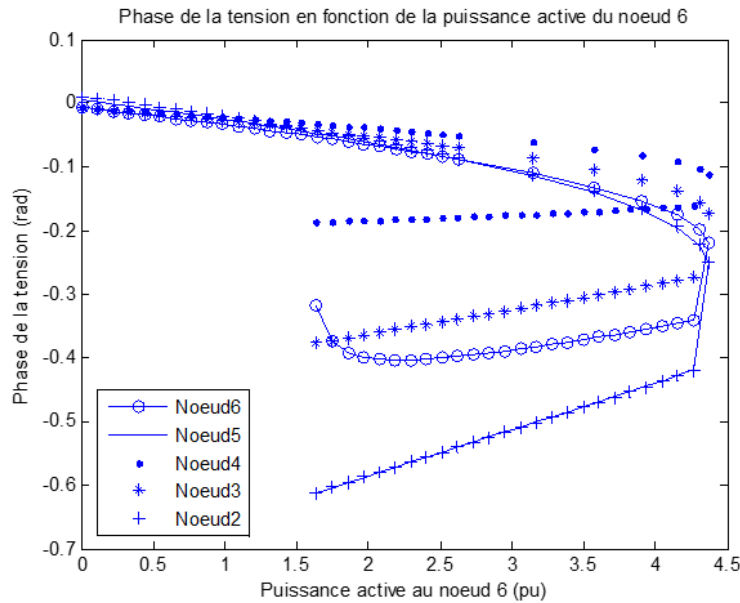


Figure 6 : Courbe de variation de la phase des tensions à tous les nœuds PV et PQ

D'après les résultats du **Tableau 5**, le point critique ou le point d'écroulement du réseau électrique est obtenu pour  $\lambda$  égale à 15.9884. Ce point correspond au niveau de la demande en puissance active au nœud 6 au-delà duquel le réseau électrique ne peut satisfaire une nouvelle augmentation de la demande. Comme au nœud 6, la puissance active initiale vaut 0.27348 pu (**Tableau 4**), on trouve sur les courbes P-V ( $\delta$  et  $V$  en fonction de  $P$  du nœud 6) des **Figures 5 et 6** le point critique (point de bifurcation) égale à 4.372 pu qui vérifie bien également **l'Équation (13)**. Le point d'écroulement du réseau électrique est alors atteint lorsque la demande en puissance active au nœud 6 augmente jusqu'à 15.98 fois sa valeur initiale soit 4.372 pu. On note ainsi des chutes de tension considérables notamment aux nœuds 3, 4 et 6 où les tensions valent respectivement 0.8761 pu  $\angle$  -0.1730 rad, 0.8343 pu  $\angle$  -0.1106 rad et 0.4852 pu  $\angle$  -0.2190 rad (**Tableau 5**). Les amplitudes de ces tensions ne respectent plus la contrainte selon laquelle  $0.9 \leq V[\text{pu}] \leq 1.2$ . Toutefois, la tension au nœud 5 respecte cette contrainte avec une valeur égale à 0.9173 pu  $\angle$  -0.2518 rad. Avant l'atteinte du point d'écroulement du réseau électrique, on remarque suivant l'augmentation de la demande en puissance active au nœud 6, un début d'instabilité de tension à certains nœuds du réseau notamment les nœuds 3, 4 et 6 (**Tableau 5, Figure 5 et 6**). A ces nœuds les tensions ont commencé par avoir des valeurs hors de l'intervalle de contrainte  $0.9 \leq V[\text{pu}] \leq 1.2$ .

Tableau 5 : Résultats du Continuation Power Flow du réseau électrique simplifié du Togo

Itération	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$	$\delta_5$	$\delta_6$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$\lambda$
1	0.0105	-0.0075	-0.0074	0.0050	-0.0068	0.9681	0.9648	0.9823	0.9721	0.0000
2	0.0074	-0.0096	-0.0089	0.0019	-0.0096	0.9670	0.9633	0.9815	0.9659	0.4000
3	0.0042	-0.0117	-0.0104	-0.0012	-0.0124	0.9659	0.9617	0.9806	0.9595	0.8000
4	0.0009	-0.0139	-0.0119	-0.0044	-0.0152	0.9648	0.9601	0.9798	0.9531	1.2000
5	-0.0024	-0.0161	-0.0135	-0.0076	-0.0181	0.9637	0.9584	0.9789	0.9465	1.6000
6	-0.0057	-0.0183	-0.0151	-0.0109	-0.0210	0.9625	0.9567	0.9780	0.9399	2.000
7	-0.0092	-0.0206	-0.0166	-0.0143	-0.0240	0.9614	0.9550	0.9771	0.9331	2.400
8	-0.0126	-0.0229	-0.0183	-0.0177	-0.0270	0.9602	0.9533	0.9762	0.9263	2.800
9	-0.0162	-0.0252	-0.0199	-0.0211	-0.0301	0.9590	0.9515	0.9753	0.9193	3.2000
10	-0.0198	-0.0276	-0.0216	-0.0247	-0.0332	0.9577	0.9497	0.9743	0.9122	3.6000
11	-0.0234	-0.0300	-0.0232	-0.0283	-0.0363	0.9565	0.9479	0.9733	0.9050	4.000
12	-0.0272	-0.0325	-0.0249	-0.0320	-0.0396	0.9552	0.9460	0.9724	0.8977	4.400

13	-0.0310	-0.0350	-0.0267	-0.0357	-0.0429	0.9539	0.9441	0.9714	0.8902	4.800
14	-0.0349	-0.0375	-0.0284	-0.0395	-0.0462	0.9525	0.9422	0.9703	0.8825	5.2000
15	-0.0389	-0.0401	-0.0302	-0.0434	-0.0496	0.9511	0.9401	0.9693	0.8747	5.6000
16	-0.0430	-0.0428	-0.0320	-0.0475	-0.0531	0.9497	0.9381	0.9682	0.8668	6.000
17	-0.0472	-0.0455	-0.0339	-0.0516	-0.0567	0.9482	0.9360	0.9672	0.8586	6.4000
18	-0.0515	-0.0483	-0.0358	-0.0558	-0.0603	0.9467	0.9338	0.9660	0.8503	6.8000
19	-0.0559	-0.0512	-0.0377	-0.0601	-0.0640	0.9452	0.9316	0.9649	0.8417	7.2000
20	-0.0604	-0.0541	-0.0397	-0.0645	-0.0679	0.9436	0.9293	0.9637	0.8330	7.6000
21	-0.0651	-0.0572	-0.0417	-0.0691	-0.0718	0.9420	0.9270	0.9625	0.8240	8.0000
22	-0.0699	-0.0603	-0.0437	-0.0738	-0.0758	0.9403	0.9245	0.9613	0.8147	8.4000
23	-0.0748	-0.0635	-0.0458	-0.0787	-0.0800	0.9386	0.9220	0.9600	0.8052	8.8000
24	-0.0800	-0.0668	-0.0480	-0.0837	-0.0843	0.9367	0.9194	0.9587	0.7953	9.2000
25	-0.0853	-0.0702	-0.0502	-0.0890	-0.0887	0.9349	0.9168	0.9574	0.7852	9.6000
26	-0.1115	-0.0870	-0.0611	-0.1147	-0.1105	0.9256	0.9035	0.9507	0.7352	11.4955
27	-0.1382	-0.1039	-0.0716	-0.1409	-0.1322	0.9161	0.8900	0.9440	0.6852	13.0536
28	-0.1654	-0.1209	-0.0819	-0.1676	-0.1539	0.9065	0.8764	0.9373	0.6352	14.2780
29	-0.1932	-0.1380	-0.0918	-0.1949	-0.1756	0.8966	0.8625	0.9307	0.5852	15.1728
30	-0.2216	-0.1553	-0.1014	-0.2230	-0.1973	0.8864	0.8485	0.9240	0.5352	15.7416
31	-0.2509	-0.1730	-0.1106	-0.2518	-0.2190	0.8761	0.8343	0.9173	0.4852	15.9884
32	-0.4199	-0.2734	-0.1605	-0.4189	-0.3410	0.8167	0.7537	0.8799	0.2055	15.5884
33	-0.4285	-0.2781	-0.1621	-0.4275	-0.3459	0.8139	0.7503	0.8784	0.1942	15.1884
34	-0.4370	-0.2828	-0.1636	-0.4360	-0.3506	0.8112	0.7470	0.8769	0.1834	14.7884
35	-0.4454	-0.2874	-0.1651	-0.4444	-0.3551	0.8086	0.7437	0.8755	0.1730	14.3884
36	-0.4536	-0.2919	-0.1664	-0.4526	-0.3595	0.8060	0.7406	0.8742	0.1628	13.9884
37	-0.4617	-0.2964	-0.1678	-0.4608	-0.3637	0.8035	0.7375	0.8729	0.1530	13.5884
38	-0.4697	-0.3007	-0.1690	-0.4689	-0.3678	0.8010	0.7345	0.8716	0.1434	13.1884
39	-0.4777	-0.3051	-0.1703	-0.4769	-0.3717	0.7985	0.7316	0.8703	0.1341	12.7884
40	-0.4856	-0.3094	-0.1715	-0.4849	-0.3755	0.7961	0.7288	0.8691	0.1250	12.3884
41	-0.4935	-0.3136	-0.1726	-0.4928	-0.3792	0.7937	0.7260	0.8679	0.1161	11.9884
42	-0.5013	-0.3179	-0.1737	-0.5007	-0.3827	0.7914	0.7232	0.8668	0.1074	11.5884
43	-0.5091	-0.3221	-0.1748	-0.5086	-0.3861	0.7891	0.7205	0.8656	0.0989	11.1884
44	-0.5169	-0.3263	-0.1759	-0.5164	-0.3893	0.7867	0.7179	0.8645	0.0905	10.7884
45	-0.5246	-0.3304	-0.1769	-0.5243	-0.3923	0.7845	0.7127	0.8634	0.0823	10.3884
46	-0.5324	-0.3346	-0.1779	-0.5322	-0.3952	0.7822	0.7127	0.8624	0.0743	9.9884
47	-0.5402	-0.3388	-0.1789	-0.5401	-0.3977	0.7799	0.7101	0.8613	0.0664	9.5884
48	-0.5480	-0.3430	-0.1798	-0.5480	-0.3999	0.7777	0.7076	0.8603	0.0587	9.1884
49	-0.5559	-0.3471	-0.1808	-0.5560	-0.4018	0.7754	0.7052	0.8593	0.0510	8.7884
50	-0.5637	-0.3513	-0.1817	-0.5639	-0.4030	0.7732	0.7027	0.8583	0.0435	8.3884
51	-0.5716	-0.3555	-0.1826	-0.5720	-0.4034	0.7710	0.7003	0.8573	0.0361	7.9884
52	-0.5796	-0.3597	-0.1834	-0.5801	-0.4025	0.7688	0.6979	0.8563	0.0288	7.5884
53	-0.5876	-0.3640	-0.1843	-0.5882	-0.3993	0.7666	0.6956	0.8554	0.0216	7.1884
54	-0.5957	-0.3682	-0.1851	-0.5965	-0.3919	0.7643	0.6932	0.8544	0.0145	6.7884
55	-0.6038	-0.3725	-0.1860	-0.6048	-0.3739	0.7621	0.6909	0.8535	0.0075	6.3884
56	-0.6121	-0.3769	-0.1868	-0.6132	-0.168	0.7599	0.6886	0.8526	0.0007	5.9884

En effet quand la demande en puissance active du nœud 6 atteint 4.40 fois sa valeur initiale, la tension  $V_6$  au nœud 6 chute à 0.8977 pu pour un 1<sup>er</sup> début d'instabilité de tension du réseau. Lorsque la demande en puissance continue par augmenter jusqu'à 13.0536 de sa valeur de départ, on note un second point d'instabilité de tension du réseau en occurrence le nœud 4 où la tension chute à 0.8900 pu. Avec ces résultats, on peut définir un intervalle limite de la marge statique de la stabilité de tension en fonction du facteur de charge  $\lambda$  du nœud 6 de l'exemple du réseau électrique du Togo traité dans ce papier. Cet intervalle limite correspond à la variation au nœud 6 de la demande en puissance active allant de 0 à 4 fois ( $\lambda$  dans le **Tableau 5**) sa valeur de départ qui vaut 0.27348 pu (**Tableau 4**) soit un intervalle de demande en puissance active de [0 1.093 pu].

## 4. Conclusion

Cette étude a consisté à trouver le profil des tensions d'un réseau électrique HT en fonction de la variation de la demande en puissance active d'un nœud PQ. L'approche utilisée est celle du Continuation Power Flow (CPF). Dans cette approche, un nœud PQ a été d'abord choisi. Ensuite la puissance active à ce nœud PQ a été affectée d'un facteur de charge  $\lambda$  qu'on a varié afin d'évaluer la tension  $V \angle \delta$  à chaque nœud du réseau électrique. Enfin les courbes de variation P-V c.-à-d. ( $\delta$  et  $V$  en fonction de  $P$  du nœud  $N_{PQ}$  choisi préalablement) ont été tracées. Sur ces courbes, on a observé le point de bifurcation encore appelé le point critique qui est le point d'écroulement du réseau électrique et au-delà duquel on ne plus augmenter la puissance active au nœud PQ choisi. Ce point indique la limite que l'augmentation de la demande en puissance active au nœud PQ ne doit atteindre éviter un black out du réseau électrique. Nous avons ainsi développé un outil d'aide au profil des tensions grâce à Matlab. Cet outil a été utilisé pour trouver le profil des tensions du réseau de transport d'électricité du Togo ramené à un réseau simplifié de 06 nœuds. Pour ce réseau, les courbes des amplitudes  $V$  de la tension à tous les nœuds PQ et celles des phases  $\delta$  de la tension à tous les nœuds PV et PQ ont été tracées en fonction de la variation de la puissance active au nœud 6. Les résultats ont montré que le point critique  $\lambda_{max}$  ou le point d'écroulement du réseau électrique relatif à la variation de la puissance au nœud 6, vaut 15.9884 soit une valeur de la puissance active de 4.372 pu atteinte. Toutefois, le réseau connaîtra une stabilité de tension lorsque l'augmentation de la demande en puissance active du nœud 6 sera contenue dans l'intervalle [0 pu 1.093 pu]. Il appartient donc au gestionnaire du réseau électrique togolais de prendre des mesures de préventions et de corrections appropriées aux perturbations susceptibles d'arriver lors du dépassement de l'augmentation maximale de la demande en puissance active au nœud 6 dudit réseau. Cette étude peut aussi contribuer à la planification des réseaux électriques HT en prédisant les renforcements à apporter auxdits réseau afin de garantir l'adéquation production-consommation suivant les prédictions de l'évolution de la demande. En général il sera conseillé au gestionnaire des réseaux électriques de bien suivre l'augmentation de la demande en énergie électrique afin de garantir une stabilité de tension du réseau en prenant des décisions anticipatives pour pérenniser le bon fonctionnement de ces réseaux.

## Références

- [1] - B. PIERRE et P. MICHEL, "Réseaux d'interconnexion et de transport : réglage et fonctionnement", Techniques de l'Ingénieur, traité génie électrique, (Avril 2001)
- [2] - C. ADJAMAGBO, Y. BOKOVI and A. A. SALAMI, "Impact des incidents sur l'énergie non distribuée survenus sur le réseau électrique public du Togo : Cas du réseau électrique de Lomé", International Journal of Innovation and Applied Studies ISSN 2028-9324, Vol. 30, N° 1 (Jul. 2020) 174 - 179 p. © 2020 Innovative Space of Scientific Research Journals <http://www.ijias.issr-journals.org/>
- [3] - A. SAMI, "Interaction des dispositifs FACTS avec des charges dynamiques dans les réseaux de transport et d'interconnexion", Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble. Spécialité Génie Electrique, (Novembre 2000)
- [4] - Y. BOKOVI, A. SALAMI, K. M. KODJO, K. DOTCHE, K. BEDJA, "Comparative Study of the Voltage Drops Estimation on Electrical Distribution grid: Case study of the Togolese Company of Electricity and Energy grid", 19249673, 10.1109/ 2019 IEEE PES/IAS PowerAfrica 2019.8928838. (2019) 255 - 260 p., DOI: 10.1109/PowerAfrica.2019.8928838
- [5] - T. J. E. MILLER, "Reactive power control in Electric System", Ed. John Wiley & sons, (1982)
- [6] - A. A. LADJICI, "Calcul évolutionnaire : Application sur l'optimisation de la planification de la puissance réactive", Mémoire de Magister en Electrotechnique. Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Algérie, (2005)

- [7] - A. U. PARUL and P. DHURMESHKUMAR, "Voltage Stability assessment using Continuation Power Flow", *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and instrumentation Engineering*, Vol. 2, Issue 8 (August 2013) 4013 - 4022 p.
- [8] - A. J. A. CASTRO and Y. PHULPIN, "Estimation locale de la stabilité en tension". Conférence EF, ENSEEIHT, Toulouse, 6-7 (Septembre 2007)
- [9] - J. SOTOMAYOR, "Generic bifurcations of dynamical systems", In *dynamical Systems*, M.M. Peixoto, Academic Press, (1973)
- [10] - M. B. KESKIN, "Continuation Power Flow and Voltage Stability in Power Systems", Thesis M. Sc. Departement of Electrical and Electronics Engineering. Middle east Technical University. USA, (Sept. 2007)
- [11] - Q. WANG, H. SONG and V. AJJARAPU, "Continuation-Based Quasi-Steady - State analysis", *IEEE trans. On power systems*. Vol. 21, N°1 (Feb. 2006) 171 - 179 p.
- [12] - J. ZHAO, X. FAN, C. LIN and W. WEI, "Distributed continuation power flow method for integrated transmission and active distribution network", *J. Mod. Power Syst. Clean Energy : DOI 10.1007/140565-015-0167-2*, (2015) 573 - 582 p.
- [13] - S. KUMAR & al. "Analysis of Power Flow, Continuous Power Flow and Transient Stability of IEEE-14 Bus integrated Wind Farm Using PSAT", 978-1-4673-7492-7/15. IEEE, (2015)
- [14] - J. ZHAO and Y. WANG, "A new Continuation Power Flow Model for simulating time-domain dynamique load restoration", 978-1-4244-4241- 6/09. IEEE, (2009)
- [15] - A. VENKATARAMANA and C. COLIN, "The Continuation Power Flow: a tool for steady state voltage stability analysis. *Transactions on Power Systems*", Vol. 7, N°1 (February 1992) 416 - 423 p.
- [16] - M. Z. LATON, I. MUSIRIN and T. K. ABDUL RAHMAN, "Voltage stability assessment via Continuation Power Flow method", *Journal of Electrical and Electronic Systems Research*, Vol. 1, (June 2008) 71 - 78 p.
- [17] - R. D. ZIMMERMAN and C. E. MURILLO-SANCHEZ, "MatPower 5.1. User's Manuel", Power Systems Engineering Research Center, (March 2015)
- [18] - Y. BOKOVI, "Planification optimale des réseaux électriques haute tension par les algorithmes génét sources d'énergie électrique renouvelables", Thèse de doctorat unique en Sciences de l'Ingénieur Université de Lomé, Togo, (décembre 2013)