

Approches exacte et heuristique pour un problème Bi-niveau de transport longue distance de marchandises

Etienne SORO^{1,3}, Moustapha DIABY¹ et Pacôme BROU^{1,2*}

¹ *Ecole Supérieure Africaine des TICs (ESATIC), UMRI Mathématiques Informatique, Abidjan-CI*

² *Université Nangui Abrogoua (UNA), Laboratoire des Mathématiques Informatique, Abidjan-CI*

³ *Université Félix Houphouët-Boigny (UFHB), UFR des Mathématiques Informatique, Abidjan-CI*

* Correspondance, courriel : broupacom@hotmail.fr

Résumé

Dans un contexte de développement durable et de concurrence accrue, les prix des services et le renforcement des capacités inutilisées jouent un rôle crucial pour la gestion du transport des marchandises. L'objectif de cet article est la modélisation et la résolution d'un problème d'un transport long distance de marchandises. Ce problème est modélisé par une approche à deux niveaux de décision pour représenter le processus de décision hiérarchique entre les différents acteurs. Nous proposons pour la résolution une méthode de solution exacte basée sur la formulation en programmation mixtes en nombres entiers.

Mots-clés : *approche bi-niveau, problème de transport, MIP.*

Abstract

Exact and heuristic approaches to a problem a bi-level long distance transport of goods

In a context of increasing competition and sustainable development, service prices and unused capacity enhancement play a crucial role for freight transportation management. The focus of the paper is on a price setting problem for a long-haul, full load transportation problem. This problem is modelled as a bi-level program to represent a hierarchical decision process between two carriers. We propose for this problem an exact solution method based the mixed integer programming formulation of a bi-level.

Keywords : *bi-level programming, transportation problem, MIP.*

1. Introduction

La mise en place d'un système de transport de marchandises longue distance efficace revêt à ce jour une importance toute particulière dans un secteur économique en pleine restructuration. Le service du transport de marchandises permet d'approvisionner des unités de production et de distribution en produits finis. Le secteur du transport est, par conséquent, l'une des bases du tissu économique. Il est une des conditions nécessaires au fonctionnement d'une économie moderne. Il est vital à la production/distribution des biens des entreprises et nécessaire aux activités commerciales. Comme le mentionne [1], l'évolution de la politique géographique

mondiale affecte naturellement le secteur du transport. L'internationalisation croissante des échanges commerciaux a parallèlement repoussé plus loin les frontières des marchés conquis par les entreprises. Par exemple, en Europe avec le traité de Rome sur la politique des transports dans l'Union Européenne, l'ouverture des frontières n'oblige désormais plus les entreprises à maintenir un important centre de distribution dans chaque pays. Par conséquent, les systèmes de distribution sont réorganisés autour d'entrepôts moins nombreux mais plus grands. Le transport et les services dans un tel environnement sont exploités sur de longues distances. Du fait de son importance dans l'économie, il est primordial pour ce secteur d'atteindre des niveaux d'efficacité économique et de qualité de service élevés. En effet, comme toute activité économique, l'optimisation du profit demeure l'un des principaux objectifs des acteurs de ce secteur. De plus, évoluant dans un environnement concurrentiel, le transporteur doit s'assurer d'offrir des services de qualité, tout en maximisant son profit. A l'heure actuelle, les stratégies d'optimisation se sont concentrées sur la définition de plans de transport minimisant le nombre de véhicules utilisés ou minimisant la distance parcourue. Même si le plus souvent ces deux objectifs ont été étudiés de façon disjointe, quelques approches prenant en compte simultanément des objectifs économiques et écologiques ont été proposés par [2, 3]. Un élément clef qui à ce jour a peu été étudié est la valorisation de la capacité inutilisée et la tarification. C'est cette problématique que nous considérons dans cet article. Pour ce faire, nous étendons les approches de "Yield Management" ou "Gestion du Revenu" initiées dans le domaine du transport aérien au transport longue distance de marchandises. La Gestion du Revenu, définie comme "un ensemble de stratégies visant à vendre le bon produit au bon moment au bon client au bon tarif" [4], est divisée de façon classique en 4 sous-problème: l'estimation de la demande, la survente, la gestion de la capacité et la tarification. Dans cet article nous aborderons simultanément les deux derniers sous-problème dans un environnement concurrentiel. Plus précisément nous considérons la problématique d'opérateurs de transport longue distance de marchandise souhaitant sous-traiter une partie des demandes reçues. On assiste ainsi à deux niveaux de prise de décision: d'une part, l'entreprise offrant le service qui se doit de proposer des tarifs raisonnables et attractifs (au vu de la concurrence) permettant de générer du revenu. Et d'autre part, l'entreprise bénéficiant du service qui en fonction de la proposition du premier acteur décisionnel, prend sa décision. Notre contribution consiste à prendre simultanément en compte des objectifs contradictoires, tout en assurant un service rentable pour chacun des acteurs.

2. Méthodes et matériel

2-1. Méthode

2-1-1. Formulation bi niveau pour le problème de tarification transport longue distance (PTTLD)

Le problème de tarification pour le transport longue distance (PTTLD) que nous étudions dans cet article fait intervenir deux opérateurs (A et B). Plus précisément, nous supposons que chaque transporteur dispose de véhicules transportant chacun un seul produit à la fois. Un produit est défini comme une quantité de marchandises ayant les mêmes caractéristiques : origine, destination, heure d'enlèvement et heure de livraison. Chacun des deux opérateurs dispose de sa propre flotte de véhicules, supposée ici homogène en termes de capacité. Nous supposons que le transporteur B ne peut faire face à toute la demande de transport avec sa propre flotte. Cela est dû soit à la capacité réduite de sa flotte, soit à sa politique économique. Il doit donc recourir à de la sous-traitance : le transporteur A ou ses concurrents. Le transporteur A doit fixer des tarifs attractifs pour remporter l'attribution du contrat de sous-traitance par B, tout en maximisant son profit. Le transporteur B, quant à lui, en fonction des propositions faites par A, prend sa décision avec pour objectif de minimiser son coût [5]. Les transporteurs rencontrent couramment ce genre de problématique. Par exemple, la compagnie de transport Exel en Grande-Bretagne sous-traite une partie du transport des marchandises de la

société Marks & Spencer, de même le transporteur Norbert Dentressangle en France a en charge le transport des produits textiles du groupe français Carrefour, Thyssen Haniel Logistik en Allemagne pour Thyssen Group, Gefco en France pour Peugeot-Citroën. Nous sommes donc en présence d'un processus de décision hiérarchisé faisant intervenir deux agents de décision : le transporteur A et le transporteur B. Chaque agent souhaite optimiser son utilité individuelle, compte tenu de la décision prise par l'autre agent. Nous modélisons ce système de décision hiérarchique par un modèle mathématique à deux niveaux : au premier niveau, le transporteur A (meneur) maximise son revenu en prenant en compte la réaction du transporteur B (le suiveur) qui souhaite satisfaire toutes les demandes à moindre coût. [6] présentent une modélisation de ce problème dans le cadre du transport de biens par véhicules en mono-dépôt et multi-dépôt. Dans ce qui suit, nous nous appuyons sur la modélisation du réseau de transport propos par eux. Nous décrivons ci-dessous la transformation de graphe proposée par [6] pour formuler le problème d'ordonnancement de véhicules sous forme d'un problème de recherche d'un flot de coût minimum dans un graphe. Plus précisément, nous considérons un ensemble de n trajets $\{T_1, T_2, \dots, T_n\}$. Un trajet, représentant une demande à satisfaire par le transporteur, est caractérisé par sa durée et sa date de début a_i pour $i = 1 \dots n$. Nous considérons également un dépôt unique où v véhicules sont à disposition. Un sommet i du graphe $G = (V, A)$ est défini comme un trajet T_i . L'ensemble $V = \{1, 2, \dots, n\} \cup \{n + 1\}$ de sommets du graphe est donc égal à l'union de l'ensemble des trajets et du dépôt noté $n + 1$. Soit t_{ij} le temps de parcours (ou temps de transit) entre la fin du trajet T_i et le début de T_j . Pour des raisons de simplicité nous considérons également que t_{ij} inclut le temps d'exécution de T_i . Deux trajets i et j sont dits compatibles si et seulement si $a_i + t_{ij} \leq a_j$. Le sous-ensemble des trajets compatibles est noté $I \in N \times N$. Notons que la notion et la définition de trajets compatibles introduisent une dimension dynamique au réseau de transport : G est un graphe espace-temps. Les arcs du graphe relient les demandes de transport compatibles entre elles et les demandes de transport au dépôt. Autrement dit $A = I \cup ((n + 1) * N) \cup (N * (n + 1))$. Nous dupliquons le nœud dépôt en deux nœuds : un nœud origine et un nœud destination. Ainsi le graphe $G(V, A)$ où $A = I \cup ((n + 1) * N) \cup (N * (n + 1))$ et $V = N \cup (n + 1)$ est acyclique. Nous illustrons sur la figure 2 la transformation du graphe de Desrosiers et al.

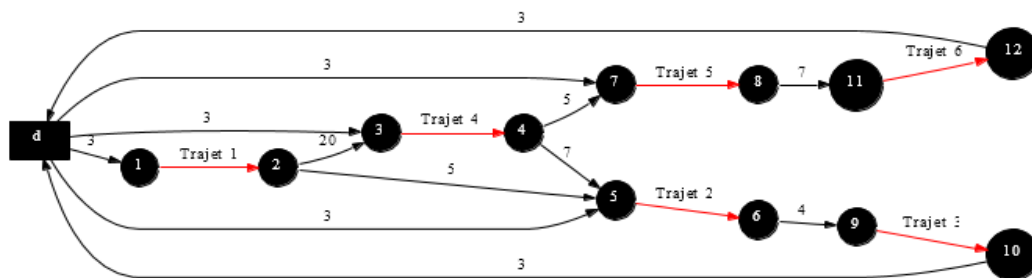


Figure 1 : Exemple de réseau de transport

Ce problème est formulé sur un réseau. Nous utilisons la transformation de graphe proposée par [6]

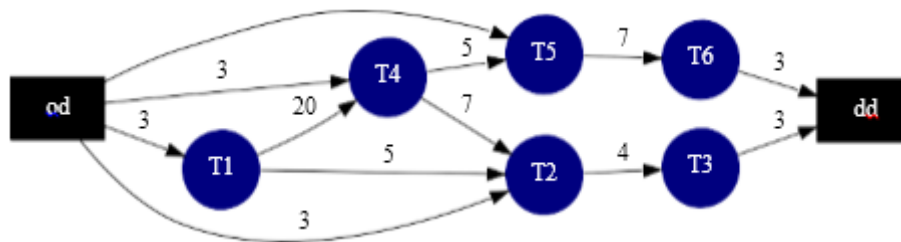


Figure 2 : Représentation agrégée acyclique

Chaque trajet (demande) dans le graphe initial G est agrège en un nœud, on aboutit ainsi au graphe acyclique de la **Figure 2**. Ce graphe est réduit par rapport au graphe initial. Il faut noter que cette méthode de simplification du graphe initial diffère d'une approche par le graphe adjoint (line graph) : celle-ci représente la relation d'adjacence entre toutes les arêtes de G . Par contre, la représentation de [6] représente une relation d'adjacence entre les trajets de G . Pour modéliser notre problème, les hypothèses suivantes sont considérées : Pour définir le problème PTLDB nous introduisons les notations suivantes. Le transporteur A (le leader) doit définir un tarif T_i pour trajet qu'il décide de couvrir. Nous notons $A1$ l'ensemble des arcs reliant les trajets tarifable ou des trajets tarifable au dépôt. Avec chaque $arc\ a = (i, j) \in A1$ est associé un coût de trajet composé d'une partie fixe c_{ij} représentant le coût encouru si le nœud j est servi après nœud i par le leader, et un tarif supplémentaire T_i qui est défini par le leader. Chaque arc $a = (i, j) \in A2$ ne sont pas en charge du transporteur A et qui ont un coût fixe de trajet d_{ij} . Le nombre de véhicules du leader (resp. Le suiveur) est noté v (resp. v') et les coûts de mise en route des véhicules sont supposés être égal à c . Nous notons X_{ij} pour $(i, j) \in A1$, la variables de décision binaire du leader ($X_{ij} = 1$ si le trajet j est couvert après le trajet i par le leader), Soit Y_{ij} pour $(i, j) \in A2$ est la variable de décision binaire du suiveur ($Y_{ij} = 1$ si le voyage j est couvert après le trajet i par le suiveur). Le coût de mise en route des véhicules (leader et suiveur) est représenté par la somme du coût d'amortissement du matériel, le coût de la main-d'œuvre et le coût du déplacement du premier trajet. La formulation du PPLTD est définie par une programmation mathématique à deux niveaux :

$$\max_{T, X} \quad \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \quad (1)$$

$$s. c. \quad \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} X_{i,j} - \sum_{j \in N} X_{j,i} = 0 \quad \forall j \in V, \quad (3)$$

$$\min_Y \quad \sum_{j \in N} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j}, \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N} X_{ij} + \sum_{j \in N} Y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N, \quad (5)$$

$$\sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v', \quad (6)$$

$$\sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0 \quad \forall j \in V, \quad (7)$$

$$X_{ij} \geq 0, \quad (8)$$

$$Y_{ij} \geq 0, \quad (9)$$

Ce modèle présente les aspects conjoints d'allocation et de tarification: comment tarifier les offres et répartir les offres sur les arcs disponibles. La contrainte (5) garantit qu'une demande donnée est satisfaite soit par le meneur, soit par le suiveur dans sa totalité : ainsi chaque trajet est effectué une et une seule fois et tous les trajets restent effectués. Les contraintes (2) et (6) assurent que le nombre de véhicules du meneur et du suiveur mis en œuvre n'excède pas le nombre de véhicules disponibles dans les différentes flottes. Les relations (3) et (7) représentent les contraintes classiques de conservation de flot : pour tout nœud différent du nœud dépôt, le flot entrant est identique au flot sortant. Les contraintes (8) et (9) imposent la non-négativité des flux. Le problème 7 est problème bi-niveau bilinéaire. Les variables du meneur sont des variables continues de tarifs et de flot. Les variables du suiveur sont des variables de flot. Pour des variables du meneur fixés le suiveur résout un problème linéaire d'ordonnement de véhicules. Pour des variables du suiveur fixés le meneur résout un problème d'optimisation linéaire appelé problème d'optimisation inverse. Il est

possible de déterminer une borne supérieure sur le revenu du meneur. Aussi la formulation précédente nous porte à faire un ensemble de suppositions. Tout d'abord, afin d'éviter que le meneur ait un revenu infini nous supposons qu'il existe pour chaque trajet un chemin non tarifable c'est à dire, un chemin constitué d'arcs n'empruntant pas les arcs du meneur. Comme le mentionne [7], cette hypothèse permet de garantir une borne supérieure sur le revenu réalisé par le meneur. En effet, si un tel chemin n'existait pas, le meneur posséderait un monopole sur une partie du réseau et pourrait y fixer des tarifs infinis sous hypothèse de demande captive. Cette hypothèse engendre que le suiveur possède une capacité suffisante de véhicules pour assurer l'ensemble des trajets. Le problème de tarification bi-niveau bilinéaire, tel que défini, est fortement NP-difficile [8] : Utilisent le fait que le problème 3-sat (dont la résolution est NP-complet) peut être reformulé comme un problème de programmation bilinéaire bi-niveau, plus précisément comme un problème de tarification de réseaux mono-produit. En utilisant une approche similaire, [9], se basant sur une transformation du problème de 3-sat en un problème de tarification multi-produits aboutissent à la même conclusion.

2-1-2. Approche Exacte pour le problème bi-niveau de transport

La méthode exacte que nous proposons est basé sur la formulation du problème Mip. Pour des variables du meneur fixé, le suiveur doit résoudre un problème de planification de véhicule à un dépôt. Ce problème de planification est convexe [6]. Par conséquent, il est possible de le remplacer de façon équivalente par ses conditions d'optimalité primale-duale. Enfin, le problème deux niveaux peut être formulé comme Programme Integer Mixte qui peut être résolu par un solveur de MIP. Nous notons, respectivement, $\gamma_i, \beta \geq 0$ et λ_i (sans contrainte de signe), $i \in N, j \in J, \gamma_i, \beta \geq 0$ et $\lambda_j \forall i \in N, j \in J$, les variables duales associées aux contraintes (5), (6), (7). Le problème à deux niveaux peut donc se réécrire comme le problème d'un seul niveau bilinéaire [10] suivant :

$$\begin{aligned}
 & BILIN \max_{T, X, Y} \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \\
 & s. c. \quad \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \\
 & \sum_{i \in V} X_{i,j} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0 \quad \forall j \in V, \\
 & \sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1 \quad \forall i \in N, \\
 & \sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v', \\
 & \sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0 \quad \forall j \in V, \\
 & X_{ij}, Y_{ij} \geq 0 \\
 & \gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall j \in V, \forall i \in N \\
 & \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij} \quad \forall j \in V, \forall i \in N \quad j \neq i \\
 & \beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V, \\
 & \beta \geq 0 \\
 & \sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} = \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Ce problème possède une contrainte, non-convexe correspondant à l'égalité de l'objectif primal et dual. Cette contrainte peut être linéarisée en définissant

$$T_i c = a_{ij} \quad \forall (i, j) \in A1 \quad (11)$$

En imposant X_j comme étant des variables binaires et en ajoutant de nouvelles contraintes aux problèmes :

\Rightarrow

$$-M_1 X_{ij} \leq a_{ij} \leq M_1 X_{ij} \quad (12)$$

$$-M_1(1 - X_{ij}) \leq a_{ij} - T_i \leq M_1(1 - X_{ij}) \quad (13)$$

où, M_1 est une constant suffisamment grande dépendant des données du problème. Finalement, la formulation en programmation en nombre entiers du PTTLD est donnée par :

$$\max_{T, X, Y} \sum_{(i,j) \in A1} a_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}$$

$$s. c. \quad \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v,$$

$$\sum_{i \in V} X_{i,j} - \sum_{i \in V} X_{j,i} = 0 \quad \forall j \in V,$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1 \quad \forall i \in N,$$

$$\sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v',$$

$$\sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{j,i} = 0 \quad \forall j \in V, \quad (14)$$

$$X_{ij}, Y_{ij} \geq 0$$

$$\gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall j \in V, \quad \forall i \in N$$

$$\gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij} \quad \forall j \in V, \quad \forall i \in N \quad j \neq i,$$

$$\beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V,$$

$$\beta \geq 0$$

$$\sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} X_{ij} + a_{ij}) + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} = \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i$$

$$-M_1 X_{ij} \leq a_{ij} \leq M_1 X_{ij}$$

$$-M_1(1 - X_{ij}) \leq a_{ij} - T_i \leq M_1(1 - X_{ij})$$

Donc, par l'introduction de variables binaires linéarisées, le problème de la tarification peut être résolu de façon exacte en utilisant un logiciel de programmation linéaire en nombres entiers. Dans cet article, nous utilisons CPLEX pour résoudre les problèmes linéaires résultant de la transformation

2-1-3. Heuristique primale-duale

La difficulté principale dans la résolution des problèmes à deux niveaux via la reformulation sous forme d'un problème à un seul niveau est liée à la contrainte d'égalité des objectifs primal et dual provenant des conditions d'optimalité du problème de second niveau. Dans cette section, nous proposons une méthode de

pénalité. Cette méthode se base sur une approximation du problème par une série de problèmes pénalisés, à paramètre de pénalité croissant. Pour un paramètre de pénalité fixé, chaque problème pénalisé est résolu par une séquence de programmes linéaires.

$$\begin{aligned}
 & \text{BILIN} \max_{T, X, Y} \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \\
 \text{s. c.} \quad & \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \\
 & \sum_{i \in V} X_{i,j} - \sum_{i \in V} X_{j,i} = 0 \quad \forall j \in V, \\
 & \sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1 \quad \forall i \in N, \\
 & \sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v', \\
 & \sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0 \quad \forall j \in V, \\
 & X_{ij}, Y_{ij} \geq 0 \\
 & \gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall j \in V, \quad \forall i \in N \\
 & \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij} \quad \forall j \in V, \quad \forall i \in N \quad j \neq i \\
 & \beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V, \\
 & \beta \geq 0 \\
 & \sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} = \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i
 \end{aligned} \tag{15}$$

Dans le problème à un seul niveau bilinéaire, nous pénalisons la dernière contrainte, qui représente à l'optimum l'égalité entre les fonctions objectives du primal et du dual (théorème des écarts complémentaires). Le problème pénalisé est ainsi défini par :

$$\begin{aligned}
 & \text{PEN}(\gamma, \beta, \lambda) \max_{T, X, Y} \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \\
 & -M_1 (\sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} = \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i) \\
 \text{s. c.} \quad & \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \\
 & \sum_{i \in V} X_{i,j} - \sum_{i \in V} X_{j,i} = 0 \quad \forall j \in V, \\
 & \sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1 \quad \forall i \in N, \\
 & \sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v', \\
 & \sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0 \quad \forall j \in V, \\
 & X_{ij}, Y_{ij} \geq 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall j \in V, \forall i \in N$$

$$\gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij} \quad \forall j \in V, \forall i \in N \quad j \neq i$$

$$\beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V,$$

$$\beta \geq 0$$

Avec $M_1 \leq 0$ suffisamment grand et fonction des données du problème. Cette pénalité est exacte dans le sens où il existe un entier M^* , tel que toute solution optimale de la formulation (3.12) pour $M_1 \geq M^*$ est aussi solution optimale pour le problème bilinéaire et vice versa. La preuve de ce résultat se base sur celle du théorème similaire donné par [11]. En effet posons :

$$F(X, Y, T) = \sum_{(i,j) \in A_1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}$$

F est une fonction convexe et

$$Pen(\gamma, \beta, \lambda) = M_1 (\sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A_2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} = \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i)$$

$$= F(X, Y, T) - Pen(\gamma, \beta, \lambda)$$

Soit $W = \{(\gamma, \lambda) : \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij} \forall i \in I, \forall j \in J\}$ et W_v un point extrême de W . On note par Z l'ensemble des points extrêmes du polyèdre primal associé. Soit (X^*, Y^*, T^*) est une solution au problème bi-niveau alors $Pen(\gamma, \beta, \lambda) = 0$. Si nous considérons $(X^k, Y^k, T^k) \in F'$ on a :

$$F(X^k, Y^k, T^k) - M^* Pen(T^k) \geq F(X^*, Y^*, T^*)$$

$$Pen(\gamma^k, \beta^k, \lambda^k) \leq \frac{F(X^k, Y^k, T^k) - F(X^*, Y^*, T^*)}{M}$$

$$\leq \frac{m}{M}$$

Où m est une constante. Il est à noter que $Pen(\gamma, \beta, \lambda) \geq 0$ pour tout $(X^k, Y^k, T^k) \in Z * W$. Aussi, lorsque M tend vers l'infini et puisque W_v est finie $Pen(T^k) = 0$. On note M^* cette grande valeur de M . (X^k, Y^k, T^k) est donc une solution du problème bi-niveau. Pour les variables de décision X, Y, β et γ fixées de façon à satisfaire les contraintes du problème BILIN, la formulation précédente se réduit à :

$$\max (1 - M_1) - \sum_{(i,j) \in A_1} T_i X_{ij}$$

$$s. c. \quad \gamma \leq c_{ij} + T_i \quad \forall i \in N, \quad \forall j \in V \text{ tel que } X_{ij} > 0$$

Le flot X étant non négatif, la solution optimale pour ce problème linéaire est :

- non bornée si $1 - M_1 \geq 0$ soit,
- définie par $T = \gamma - c$ si $1 - M_1 < 0$ soit,

Le vecteur de tarifs maximisant l'objectif $(1 - M_1) \sum_{(i,j) \in A_1} T_i X_{ij}$ est donc obtenu lorsque $M_1 \geq 1$ et $T = \gamma - c$. Lorsque $M_1 > 1$ le problème BILIN se réécrit :

$$PEN(\gamma, \beta, \lambda) \max_{T, X, Y} \sum_{(i,j) \in A1} \gamma_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c_{ij} X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}$$

$$-M_1 (\sum_{i \in V, j \in V} \gamma_i X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} - \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i)$$

s. c. $\sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v,$

$$\sum_{i \in V} X_{i,j} - \sum_{i \in V} X_{j,i} = 0 \quad \forall j \in V,$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1 \quad \forall i \in N,$$

$$\sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v',$$

$$\sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0 \quad \forall j \in V,$$

$$X_{ij}, Y_{ij} \geq 0$$

$$\gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij} \quad \forall j \in V, \quad \forall i \in N \quad j \neq i$$

$$\beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V,$$

$$\beta \geq 0.$$

• *Heuristique Primale-Duale*

Dans cette section nous décrivons l'heuristique Primale-Duale (PD) que nous avons développé pour résoudre le PTTLD. Il s'agit d'un algorithme itératif basé sur la résolution d'une séquence de problèmes pénalisés obtenus en faisant croître le facteur de pénalité M_i . Pour M_i fixé, une itération se décompose en trois étapes. Tout d'abord pour des vecteurs de flot X et Y fixés nous déterminons les valeurs des variables duales en résolvant le problème linéaire $PEN(\gamma, \beta, \lambda)$. Ensuite nous définissons vecteur de tarif comme mentionné précédemment. Finalement pour des tarifs fixés, la détermination des flots X et Y résultent de la résolution du problème du suiveur. Ces trois étapes ont pour but de générer des solutions du suiveur intéressantes pour le meneur. De plus pour chaque ensemble de flots fixés, il est possible de déterminer les tarifs maximisant le profit du meneur en résolvant le problème d'optimisation inverse. Cette étape permet de calculer le profit optimal pour une solution du suiveur fixée. Afin que le problème $PEN(\gamma, \beta, \lambda)$ soit borné nous ajoutons les contraintes suivantes :

$$-\gamma_{max} \leq \gamma_i \leq \gamma_{max} \quad \forall i \in N$$

$$-\lambda_{max} \leq \lambda_i \leq \lambda_{max} \quad \forall i \in V$$

$$0 \leq \beta \leq \beta_{max} \quad \forall i \in N$$

où, $\gamma_{max}, \lambda_{max}, \beta_{max}$ sont des constantes de grande taille. Pour M_i suffisamment grand, ces contraintes sont inactives.

Le schéma de l'heuristique primale-duale est donné à la **Figure 3** :

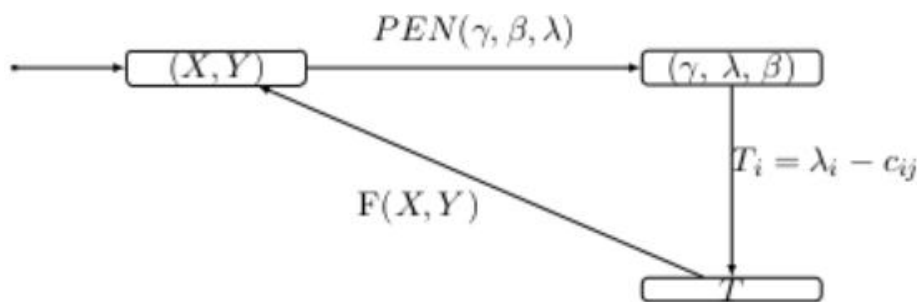


Figure 3 : Heuristique primale-duale

Les principales étapes de l'heuristique primale-duale sont rappelées ci-dessous :

Modèle de l'algorithme primale-duale

Etape 1 : Initialisation

- Soient X^0 et Y^0 les flots du meneur et du suiveur, solution du problème d'ordonnement de véhicules pour $T = 0$
- Initialiser $M_1 > 1$ et $l = 1$.
- Initialiser le profit du meneur Z^* à 0.

Etape 2 : Détermination des variables duales

- X^{l-1} et Y^{l-1} fixés,
- Résoudre

$$PEN(\gamma, \beta, \lambda) \max_{\gamma, \beta, \lambda} \sum_{(i,j) \in A1} \gamma_i X_{ij}^{l-1} - \sum_{j \in N} c_{ij} X_{ij}^{l-1} - \sum_{j \in N} c' X_{n+1,j}^{l-1}$$

$$(\sum_{i \in V, j \in V} \gamma_i X_{ij}^{l-1} + \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} Y_{ij}^{l-1} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} - \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i)$$

$$s.c. \quad \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij} \quad \forall j \in V, \forall i \in N \quad j \neq i$$

$$\beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V,$$

$$-\gamma_{max} \leq \gamma_i \leq \gamma_{max} \quad \forall i \in N$$

$$-\lambda_{max} \leq \lambda_i \leq \lambda_{max} \quad \forall i \in V$$

$$0 \leq \beta \leq \beta_{max} \quad \forall i \in N$$

- Les solutions sont notées $\lambda', \gamma', \beta'$

Etape 3 : Détermination partielle du vecteur T des tarifs

$$T_i^l = \gamma_i^l - c_{ij} \quad \forall i \in N, j \in V, \text{ si } X_{ij}^l > 0$$

Etape 4 : Détermination des flots X' et Y'

- résoudre $F(X, Y)$

$$\min_{X, Y} \sum_{(i,j) \in A1} (c_{ij} + T_i^l) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j}$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1 \quad \forall i \in N,$$

$$\sum_{i \in V} X_{i,j} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0 \quad \forall j \in V,$$

$$\sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0 \quad \forall j \in V,$$

$$\sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v',$$

$$\sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v,$$

- On note que X' et Y' les flots du meneur et du suiveur qui en résultent.
- *Etape 5 : Détermination des tarifs maximisant le revenu par rapport à X' et Y' . (Optimisation Inverse)*

On a un changement de base solution pour l'étape précédente résoudre

- Si $(X^l \text{ et } Y^l)$ est différents de (X^{l-1}, Y^{l-1}) résoudre alors

$$\max_{T, \gamma, \lambda, \beta} \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij}^l - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}^l$$

$$\begin{aligned} \lambda_i &\leq T_i - c_{ij} && \forall i \in N, j \in V \\ \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j &\leq d_{ij} && \forall j \in V, \forall i \in N \quad j \neq i \\ \beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} &\leq c' + d_{n+1,j} && \forall j \in V, \end{aligned}$$

$$\sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} + T_i) X_{ij}^l + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij}^l + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j}^l = \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i$$

$$\begin{aligned} -\gamma_{max} &\leq \gamma_i \leq \gamma_{max} && \forall i \in N \\ -\lambda_{max} &\leq \lambda_i \leq \lambda_{max} && \forall i \in V \\ 0 &\leq \beta \leq \beta_{max}. && \forall i \in N \end{aligned}$$

On note \overline{T}^l la solution.

- *Fin_Si*
- *Etape 6 : Mis à jour*
- le revenu de l'itération l est défini par $Z^l = \sum_{(i,j) \in A} X_{ij}^l \sum_{(i,j) \in A} T_i X_{ij}^l - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}^l$
- si $Z^l > Z^*$ alors $Z^* \leftarrow Z$ et $(T^*, X^*, Y^*) \leftarrow (\overline{T}^l, X^l, Y^l)$
- *Etape 7 : Critère d'arrêt*

Si $|Z^l - Z^*| < c$

Alors STOP avec solution (T^*, X^*, Y^*) . Sinon, on augmente M et on incrémente l de 1 ; retour à l'étape 2.

2-2. Matériel

2-2-1. Collecte d'instance pour le PTLDB

La qualité des résultats obtenus par les différentes méthodes de résolution proposées est évaluée en se basant sur instances de classe A provenant des travaux de [12]. Ces auteurs ont généré des instances pour le problème de tournée de véhicules multi-dépôts inspirées de celles de [13] (Data Instances for Multiple-Depot Vehicle Scheduling). Chaque instance est représentée par une matrice $G = \langle A, N \rangle$:

- Chaque colonne i de la matrice représente la liaison entre le sommet i et les autres sommets du graphe ;
- Les n premières colonnes représentent les n dépôts dans le cadre d'une instance à n -dépôts.

Dans notre cas, nous commençons par une modification sur les colonnes de la matrice fournie par [12] pour en déduire une nouvelle matrice à un seul dépôt. Ces graphes à un seul dépôt définissent le réseau du suiveur. Une instance pour le PTLDB est ensuite obtenue en générant un ensemble d'arcs tarifables. Une seconde modification des instances de [12]. porte sur les coûts de mise en route des véhicules. Dans leur approche l'objectif consiste à minimiser, d'une part, le nombre de véhicules et, d'autre part, le coût total de transport. Ainsi un coût élevé de pénalité est encouru dès la mise en route d'un véhicule accordant ainsi la priorité au premier objectif. Dans notre

problème, la priorité n'étant pas directement le nombre de véhicules, nous réduisons par un facteur de 1/10 cette pénalité. On définit ainsi la matrice de base de notre réseau de transport, c'est-à-dire le réseau du suiveur. Comme [12], le nom du fichier de l'instance est indiqué par le nombre de dépôt (" m ") (dans notre cas 1), le nombre de trajets (" n ") (dans notre cas 500 et le numéro de l'instance (0,1,2,3,4). Le **Tableau 1** ci-dessous résume le nombre de véhicules du meneur et suiveur disponible pour les différentes collectes d'instances.

Tableau 1 : Nombre de véhicule

Instance	Nombre de véhicules du meneur	Nombre de véhicules du suiveur
s0	70	123
s1	60	118
s2	60	113
s3	65	110

2-2-2. Protocole expérimental

Dans cette section, nous définissons un protocole expérimental permettant de tester les différentes approches étudiées dans ce chapitre. Pour chaque matrice du suiveur construite selon l'approche décrite à la section 3.5, on considère 3 ensembles de matrices tarifable comprenant 15, 20, 25, 30, 35 % de trajets potentiels pour le meneur. Avant de présenter les résultats, il convient de préciser les valeurs des paramètres qui interviennent pour l'heuristique primale-duale. Pour cette dernière, la valeur du facteur de pénalité M du saut de dualité est initialisée et incrémenté de 0.1 unité lors de chaque itération. Ce choix est motivé par le fait que plus le facteur M est initialisé à de petites valeurs, plus le nombre de base solutions visitées augmente. Or, la qualité de la solution obtenue varie notamment avec le nombre de solutions de bases considérées et de façon générale les meilleures solutions de base interviennent le plus souvent au début du processus itératif et une convergence trop rapide de l'heuristique empêche leur examen. C'est pourquoi nous avons choisi d'initialiser M à une petite valeur et de l'augmenter très lentement même si chaque changement de solution du suiveur nécessite la résolution du problème d'optimisation inverse, ce qui peut être coûteux en temps. Précisons maintenant les critères d'arrêt de la méthode approchée. L'heuristique primale-duale s'arrête si le pourcentage de décroissance de la valeur de la fonction objectif déterminé à la fin de chaque itération est inférieur à 10 % par groupe de 5 itérations principales sans changement de solution de base du suiveur. Les algorithmes ont été implémentés en C++ et les tests ont été réalisés sur une station possédant un processeur Intel Xeon E5620 de la grille de calcul Grid5000 [RCC + 06]. Aussi pour la résolution de certains problèmes linéaires sous-jacents aux différentes méthodes, nous utilisons le solveur Ilog-Cplex 12.4. Afin d'évaluer la qualité des solutions produites par les méthodes approchées, la formulation mixte du problème a également été résolue avec le solveur Ilog-Cplex 12.4

- On définit par :
- Nœuds : nombre de nœuds de la méthode de séparation et évaluation
- inf : valeur de la meilleure borne inférieure de l'approche MIP
- sup : valeur de la meilleure borne supérieure de l'approche MIP
- % : pourcentage de trajets tarifable effectués par le meneur dans la meilleure solution
- CPU : cpu en secondes
- #Iter : nombre d'itérations de l'approche primale-duale
- #Base : nombre d'allocation défini par la méthode primale-duale
- #BS : numéro d'ordre de l'allocation solution
- gap 1 : rapport entre la valeur de la fonction objectif de la méthode primale-duale et la valeur de la solution de la méthode exacte MIP obtenue par CPLEX ou la valeur de la borne supérieure atteinte si l'optimum n'a pas été atteint en moins de 36000 secondes
- Une étoile (*) est indiquée dans la colonne % lorsque la solution exacte du problème est obtenue avant 36000 secondes.

3. Résultats

Nous observons tout d'abord que les temps de calcul de l'approches primale-duale est considérablement négligeables par rapport à ceux de la méthode exacte MIP pour la plupart des instances. La difficulté augmente sensiblement avec le nombre d'arcs tarifable. Ainsi, de façon générale, l'approche MIP pour la plupart des instances au-delà de 20 % d'arcs tarifable n'atteint pas l'optimalité après 10h de calcul. L'évolution des bornes supérieures et inférieures sur le revenu du meneur dans la méthode exacte du MIP et de l'approche primal-duale en fonction du temps de calcul déterminé est présentée à la **Figure 4**. On note la convergence lente et par palier de l'approche primale-duale vers le revenu optimal.

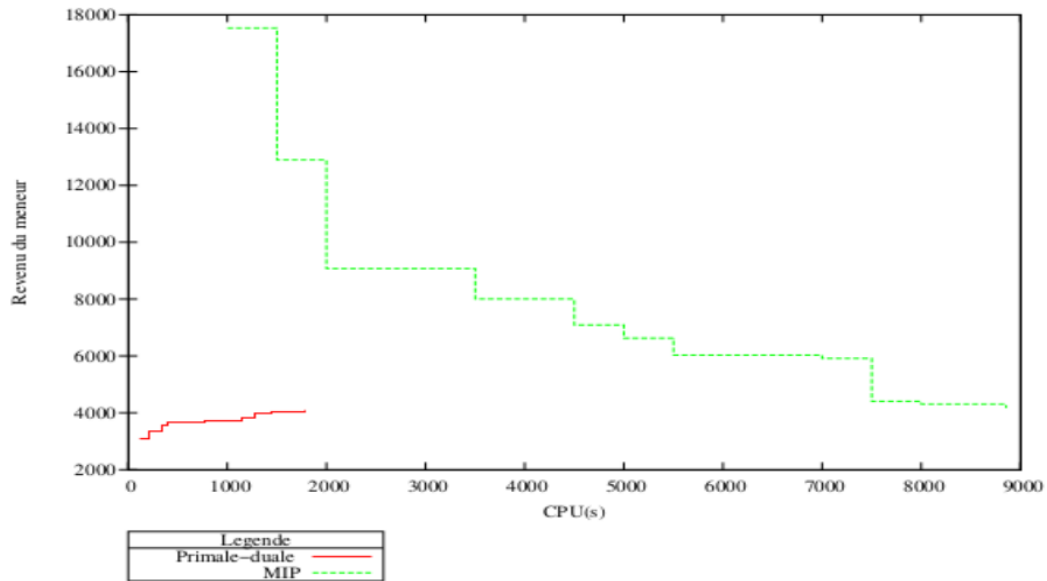


Figure 4 : Évolution de la borne supérieure

Tableau 2 : Mono objectif instance de type s0

Instances	%	MIP					Primale-Duale					
		Nœuds	inf	sup	%T	CPU	#Iter	#Base	#BS	%T	CPU	Gap
	*15	534	7925	7925	40	819.53	7	5	3	34.52	120.05	0.99
	*15	374	7638	7638	41.33	772.79	6	2	2	34.71	150.32	0.99
	*15	173	5841	5841	38.66	583.79	6	5	3	31.35	141.10	0.98
	*15	6262	5570	5570	33.33	9414.20	7	5	4	28.09	572.81	0.99
	*15	858	5466	5466	29.33	1032	10	8	3	25.10	914.21	0.98
	20	15899	13018.51	13375.57	35	36000	18	12	5	39	809.77	0.98
	*20	0	10613	10613	42	280.30	6	5	5	39	267.20	0.99
	*20	2962	7508	7508	37	845.510	16	8	7	49	195.63	0.98
	20	11423	6971.03	7268.11	39	36000	18	11	7	43	1230.51	0.98
	20	640308	7291.50	7697.19	28	36000	23	15	8	31	1640.75	0.97
s0	25	6630	11719.40	11859.3	51.12	36000	20	9	5	38.05	1405.18	0.97
	25	491320	9519.04	9722.14	40.27	36000	19	7	7	38.13	1310.42	0.98
	25	7956	21811.94	23902.92	64.15	36000	17	10	6	53.82	1477.92	0.97
	25	34642	6490.52	6093.13	35.60	36000	19	11	7	41.72	1091.03	0.98
	25	24920	6392.03	6640.5312	68.29	36000	20	7	3	53.90	1401.61	0.97
	30	20743	15436	15436	67.08	36000	18	9	7	62.07	1217.14	0.97
	30	32458	10271.87	10547.9652	39.57	36000	17	10	4	33.53	1309.05	0.97
	30	1705	8985.61	9182.7432	45.83	36000	23	11	9	40.15	1030.42	0.96
	30	5605	25197.45	27033.18	25.81	36000	17	8	5	31.96	1227.10	0.98
	30	19876	8149.45	8575.7976	48.52	36000	20	13	2	53.83	2082.46	0.98
	35	3149	13607.48	16791.24	57.38	36000	15	12	9	53.16	1570.31	0.98
	35	34764	14018.11	16035.64	41.07	36000	16	12	5	35.97	1935.20	0.97
	35	3832	15899	17781	28.72	36000	20	12	8	21.29	697.20	0.99
	35	4372	18519.66	28162.04	38.69	36000	22	9	7	34.77	1481.53	0.97
	35	5236	17629.14	27429.24	52.91	36000	26	18	11	47.48	2611.71	0.97

Tableau 3 : Mono objectif instance de type s1 et S2

Instanc	MIP						Primale-Duale					
	%	Noeuds	inf	sup	%T	CPU	#It	#Bas	#BS	%T	CPU	Gap
	*15	0	3781	3781	22.66	444.48	5	3	2	19.35	512.81	0.99
	*15	4362	0	4362	25.33	461.15	4	2	2	23.02	210.07	0.99
	*15	0	3819	3819	33.33	607.38	4	3	2	30.81	661.27	0.99
	*15	0	4034	4034	28.85	574.33	5	4	2	24.71	613.04	0.99
	*15	0	3857	3857	25	451.43	7	4	3	23.53	561.04	0.99
	20	2306	4795.14	4908.31	37	10204.9	10	8	7	29	917.82	0.99
	*20	903	4217	4217	21	5976.4	7	7	3	18	319.95	0.99
	*20	0	4014	4014	28	1078.0	11	9	4	27	320.01	0.99
	*20	0	3459	3459	9	689.56	6	4	4	11	382.17	0.99
	20	2416	4183.31	4647.50	31	9887.1	15	13	9	28	940.39	0.97
s1	25	14649	4981.21	5215.60	47.2	36000	23	12	7	42.4	1561.67	0.97
	*25	0	3670	3670	11.20	343.10	15	9	5	15.8	1461	0.99
	25	57856	4142	4142	23.20	36000	19	6	6	21.89	1620.19	0.97
	*25	11780	4168	4168	20.80	8856.3	16	13	8	19.4	1391.73	0.989
	*25	6173	4283	4283	20.4	6308.1	19	11	8	17.2	1499.56	0.99
	30	2380	4715.41	5142.49	60.00	36000	13	10	8	57.66	1391.27	0.97
	30	32458	9963.01	10547.96	39.66	36000	17	10	4	33.33	1309.51	0.97
	*30	165	4729	4729	22.00	2796.6	16	8	3	19	630.59	0.98
	30	5605	9510.74	10033.18	25.33	3938.7	17	8	5	31.33	1227.05	0.96
	30	2424	4431.62	4865.69	45.33	36000	27	16	9	41.66	2510.63	0.98
	35	5214	1927.13	21571.28	41.14	36000	16	12	9	38	1270.25	0.98
	35	4367	14590.12	17931.53	51.42	36000	18	9	6	39.42	1417.13	0.98
		4185	4903	5597	20.42	36000	19	13	4	7	1571.35	0.97
	35	5720	8510.73	11921.48	27.34	36000	21	10	7	35.22	13104.68	0.98
	35	4091	7910.06	90174.53	39.07	36000	25	18	1	42.35	2792.05	0.97
Instances	MIP						Primale-Duale					
	%	Noeuds	inf	sup	%T	CPU	#It	#Bas	#BS	%T	CPU	Gap
	*15	0	10754	10754	49.33	107.2	3	1	1	38	305.81	0.99
	*15	0	9870	9870	34	235.5	5	3	3	31	507.38	0.99
	*15	0	10014	10014	15	250.4	3	2	2	13.62	395.08	0.99
	*15	0	11993	11993	66.66	348.7	4	3	3	52.06	514.50	0.99
	*15	0	9470	9470	46.66	420.5	4	4	2	42	475.09	0.99
	*20	14037	1247	1247	69	3930.7	7	5	5	54	1011.73	0.99
	20	4575	12373.51	12695.6	51	36000	13	10	6	45	1219.14	0.99
	*20	0	12857	12857	62	312.4	8	5	5	57	480.01	0.99
	*20	0	12674	12674	57	244.4	9	6	3	52	309.45	0.99
	*20	0	12592	12592	56	353	7	4	4	47	340.09	0.97
s2	*25	3671	153390	153390	64	6819.3	25	19	14	57	278.41	0.97
	25	1179	128915.73	14845.20	45	36000	13	7	4	35	1207.97	0.99
	*25	1681	1593	1593	62.5	639.6	9	5	3	43.72	1422.31	0.97
	*25	190	14617	14617	57.60	964.86	10	7	3	49.7	1028.51	0.99
	25	7645	1385.87	15147.90	49	36000	21	15	12	31	1617.81	0.97
	30	3211	15936.64	16824.23	67	36000	16	11	9	38	1819.38	0.98
	30	3211	15725.21	16138.72	72	36000	21	15	9	42	1470.19	0.98
	30	3210	15681.53	16276.41	51.5	36000	17	11	6	27	1930.63	0.98
	30	3184	16501.78	17278.72	25.5	36000	23	15	8	46.5	1529.02	0.99
	30	3121	14837.55	15891.08	41	36000	19	13	7	39.5	15042.58	0.99
	35	2691	14910.53	16371.08	56	36000	12	11	7	51	1403.10	0.98
	35	37029	12815.47	17236.49	33.25	36000	18	13	6	27	14297.72	0.97
	35	40914	17093.52	19417.61	31	36000	15	6	4	23	630.21	0.99
	35	5419	14810.43	16851.57	39.25	36000	19	9	6	35	13915.07	0.97
	35	3147	18311.59	21591.48	49.5	36000	26	17	6	43	2317.38	0.98

Tableau 4 : Mono objectif instance de type s3

Instanc	MIP						Primale-Duale					
	%	Noeuds	inf	sup	%T	CPU	#Ite	#Bas	#BS	%T	CPU	Gap
	*15	0	14830	11830	53.25	159.04	4	1	1	41	317	0.98
	*15	0	10581	10581	45.25	427.50	4	2	2	37.25	691	0.99
	*15	0	11361	11361	41	319.92	3	1	1	32.11	508	0.98
	*15	0	10562	10562	53.25	501.40	5	3	3	31.11	591.99	0.99
	*15	0	9619	9619	59.11	610.43	4	3	3	37.50	591.04	0.99
	*20	2701	10401	10401	63	5196.8	5	3	3	47.5	2072.51.73	0.99
	*20	5969	11641	11641	47	24107.0	12	11	7	46	1307	0.99
	20	10763	17052.79	24091.70	60	36000	6	4	3	41	2080.01	0.99
	*20	0	10570	10570	46	519.95	7	5	5	37	317.90	0.98
	*20	19405	10723.77	25185.91	63	450.81	9	6	6	49	380.92	0.98
s3	25	14859	15390	27390	61	36000	19	12	11	52	408.11	0.97
	25	17580	10900.11	31258.45	70	36000	15	8	3	61.5	2377.05	0.99
	25	15073	1460	5057	60.5	36000	11	5	4	47.25	1309.16	0.98
	25	7081	6701	15582	61.5.60	3600	14	6	4	49.5	1336.17	0.99
	25	5683	5027.36	9716.70	51.5	36000	23	17	16	43	1504.66	0.98
	30	17081	14185.64	19051.08	55.25	36000	17	10	8	42	1975	0.99
	30	1970	14210.21	21910.09	51.5	36000	19	14	8	39.25	1470	0.98
	30	1683	14450.21	14107.01	57.25	36000	18	10	5	27	20190	0.98
	30	3180	13328.09	17910.01	27	36000	25	14	9	23	1901.99	0.99
	30	20142	17501.76	21991.08	40	36000	18	12	7	39	2591	0.99
	35	10491	10091.03	20826.28	56	36000	13	11	10	47	16001.01	0.99
	35	35029	12708.47	19573.59	36	36000	19	11	7	29	11849.91	0.98
	35	6890	14725.81	21581.48	39	36000	14	7	5	27	630	0.99
	35	6372	17391.01	14509.23	37	36000	20	9	8	30	16034.7	0.98
	35	20591	4719.09	19731.61	61	36000	31	19	9	47.25	2201.16	0.98

4. Conclusion

Dans cet article, nous étudions un problème de transport à deux niveaux de décision pour le transport longue distance de marchandise. La difficulté de cette problématique réside dans l'interaction entre les deux niveaux de décisions. Nous utilisons une méthode exacte pour la résolution. Les résultats sont de bonne qualité, mais étant donné que le problème est NP-difficile une approche heuristique donnerait un résultat approché en des temps de calcul raisonnable.

Références

- [1] - T. G. CRAINIC, Long-haul freight transportation. *Handbook of Transportation Science*, (2003) 451 - 516 p.
- [2] - T. R. LEE and J. H. UENG, "A study of vehicle routing problem with load balancing", *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, 29 (10) (1998) 646 - 648
- [3] - N. JOZEFOWIEZ N, F. SEMET, E.-G. TALBI, "Multi-objective vehicle routing problems", *European Journal of Operational Research*, 189 (2) (2008) 293 - 309
- [4] - J. WIRTZ, S. KIMES, J. H. P.THENG and P. PATERSSON, "The basics of yield management at american airlines", *Journal of Revenue and Pricing Management*, (2003) 216 - 226 p.
- [5] - L. BROTCORNE, P. MARCOTTE and G. SAVARD, "Bi-level programming: The Montreal school", *INFOR*, 46 (4) (2008) 231 - 246

- [6] - J. DESROSIERS, Y. DUMAS, M. M. SOLOMON, F. SOUMIS, "Time constrained routing and scheduling", in : *Handbooks in Operations Research and Management Science 8: Network Routing*, M.O. Ball, T.L. Magnanti, C.L. Monma, G.L. Nemhauser (eds), 35–139, *Elsevier Science Publishers*, (1995)
- [7] - F. CIRINEI, *Problème de Tarification sur un Réseau. "PhD thesis"*, Universités de Valenciennes et Hainaut-Cambrésis, France, (2007)
- [8] - S. ROCH, P. MARCOTTE, G. SAVARD, "An approximation algorithm for stackelberg network pricing", *Networks* 46 (1) (2004) 57 - 67
- [9] - A. GRIGORIEV, S. VAN HOESEL, A. VAN DER KRAAIJ, M. J. UETZ and M. BOUHTOU, "Pricing network edges to cross a river." In G. Persiano and R. Solis-Oba, editors, *Approximation and Online Algorithms (WAOA 2004)*, volume 3351 of *Lecture Notes in Computer Science*, Berlin, (February 2005) 140 - 153 Springer Verlag
- [10] - M. R. GAREY, D. S. JOHNSON, "Computers and Intractability : A Guide to the Theory of NP-Completeness.", W. H. Freeman, (1979)
- [11] - M. LABBÉE, P. MARCOTTE, G. SAVARD, "A bilevel model of taxation and its application to optimal highway pricing", *Management Science*, 44 (1998) 1595 - 1607
- [12] - A. PEPIN, G. DESAULNIERS, A. HERTZ, D. HUISMAN, "Comparison of heuristic approaches for the multiple depot vehicle scheduling problem", *Econometric Institute Report EI 2006-34*, Erasmus University Rotterdam, Econometric Institute, (2006), URL <http://EconPapers.repec.org/RePEc:dgr:euireir:1765008069>
- [13] - G. CARPANETO, M. DELLAMICO, M. FISCHETTI, P. TOTH, "A branch and bound algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem", *Networks*, 19 (5) (1989) 531 - 548, doi:10.1002/net.3230190505